
*Уильям Томсон**

Написание теоретических работ по экономике: руководство для молодых авторов

*Перевод А.А. Фофанова
под редакцией А.А. Корбута*

Классификатор JEL: A1, A23, C00

Ключевые слова: экономика, обучение; математические методы, написание статей.

1. Введение

В данной статье собраны мои рекомендации по написанию теоретических работ в области экономической теории (и в некоторой сте-

* Кафедра экономики, Университет Рочестера. Это сокращенная версия статьи под названием «Написание научных статей», которая может быть заказана у автора. Читатели могут присыпать свои комментарии по адресу *wlh2@troi.cc.rochester.edu*. Автор выражает благодарность Маркусу Берланту, Янгсбу Чуну, Жаку Кремеру, Джону Дуггану, Джеймсу Фостеру, Тарику Кара, Джерри Келли, Беттине Клаус, Кин Чунгу Ло, Лесли Маркс, Лайонелу Мак-Кензи, Филиппу Рени, Сюзанн Скотчмер и Джин-Макс Томсон за их полезные комментарии. Я также благодарен Тору Хокари за числовые примеры. Я в большом долгу перед редакторами — Джоном Мак-Милланом, Мартином Осборном, Джоном Пенкевелом, Джеймсом Шуммером — и двумя анонимными рецензентами этого журнала за многочисленные и чрезвычайно полезные предложения.

лени по выступлению с докладами на семинарах). Целевая аудитория — молодые экономисты, работающие над диссертациями или готовящие свои первые статьи для профессионального журнала.

Хотя я рассматриваю общие проблемы представления материала, данная статья в основном опирается на формальные модели в изложении деталей. Написание эмпирических работ здесь не рассматривается. Однако, поскольку большинство статей начинается с введения и анализа модели, я надеюсь, что мои рекомендации будут полезны всем независимо от сферы исследований, а не только начинающим теоретикам.

Принципы хорошего стиля изложения — простота, ясность, единство — универсальны, но когда дело доходит до их практического применения, часто возникает множество вариантов. Данные рекомендации неизбежно отражают мои личные вкусы. Кроме того, иногда они несовместимы друг с другом. Здесь необходимо личное суждение читателя. Я часто использую повелительное наклонение, но прекрасно понимаю, что у вас может быть иной подход ко многим обсуждаемым здесь вопросам. Главное, чтобы вы о них подумали.

Для написания хорошего произведения необходимы многократные корректировки. Несомненно, вы потратите немало месяцев на совершенствование своих первых статей, но эта работа явится для вас одним из самых мудрых вложений. В своих последующих статьях вы будете сталкиваться с теми же проблемами снова и снова, и полученный опыт позволит вам решать их быстро и эффективно.

Не следует думать, что, если ваши идеи интересны, то люди будут читать вашу работу независимо от того, хорошо ли она написана. Ваши работы конкурируют со многими другими, непрерывно появляющимися на столах ваших потенциальных читателей. Так что, если людям не станет ясно с самого начала, что же они получат от чтения вашей работы, они даже не начнут ее читать.

Наконец, изложение ваших результатов на бумаге не является чем-то вторичным по отношению к процессу получения этих результатов. Сам процесс написания приведет вас к новым знаниям. Учитесь писать, и пишите, чтобы учиться.¹

¹Эту формулу я нашел в педагогическом эссе Уильяма Зинсера: *Писать, чтобы учиться*, 1989 г. Настоятельно рекомендую прочесть эту книгу.

2. Общие принципы

Умейте точно выразить свои идеи². Просматривая вашу статью, читатель должен легко находить основные результаты, понимать обозначения и обнаруживать основные определения, необходимые для понимания формулировки каждой теоремы.

Читатели, нашедшие основные моменты вашей статьи интересными и желающие узнать больше, но не располагающие достаточным количеством времени для изучения вашей работы, должны иметь возможность получить представление о ваших методах доказательства путем беглого просмотра. Часто бывает очень информативным просто взглянуть на структуру рассуждений и выявить основные предположения и известные теоремы, на которых они основаны. Подумайте, как вы сами читаете статью. Возможно, вы не читаете ее «линейно», по порядку. Вместо этого, вы просматриваете формальные результаты и ищете рядом объяснения обозначений и терминологии, смысла которых вы не можете понять или угадать. Вам не нравится проводить слишком много времени в поисках того, что вам нужно. Возможно, ваши читатели примерно так же будут «прошупывать» вашу работу.

Элементы статьи. Ваш заголовок должен раскрывать тему настолько полно, насколько это возможно. Посвятите достаточноное количество времени написанию резюме — именно по нему многие потенциальные читатели будут принимать решение о продолжении знакомства с вашей работой. Будьте щедрыми в благодарственной сноске. Включите в нее участника семинара, предложившего название для одного из ваших теоретических положений или указавшего на важный литературный источник. Однако распределение вашей признательности между различными людьми, помогавшими вам, должно быть пропорциональным количеству затраченного ими времени и усилий, а также полезности их предложений. Рецензент, приславший вам пять страниц замечаний, заслуживает благодарности в отдельном предложении.

² Эта статья длиннее средней статьи, но, за редкими исключениями, не все статьи могут быть короче средней. На самом деле, рекомендаций по поводу объема статей у меня нет. Есть только принцип: «пусть она имеет такой объем, который требуется — не длиннее и не короче». Если структура ясна, длина сама по себе не является проблемой.

Во введении постарайтесь кратко увязать свою работу с существующей литературой и описать ваши основные выводы. Не начинайте с двух- или трехстраничного обзора соответствующей области науки; ваш читатель захочет узнать о вашем собственном вкладе намного раньше. Пользуйтесь простым языком и опускайте технические детали. Ваш обзор литературы не должен быть простым перечислением предыдущих статей. Описывая работу, на которой вы основываетесь, отдавайте предпочтение раскрытию идей, а не информации о том, кто что сделал, хотя и это должно быть упомянуто. Начало ваших собственных рассуждений должно быть четко отмечено. Нет необходимости повторять в основном тексте статьи все моменты, указанные во введении, хотя некоторые повторы неизбежны. С другой стороны, я обычно не одобряю отнесение доказательств в приложения (подробнее об этом далее).

Ваше заключение не должно быть перефразированным введением. Однако компактное резюме ваших результатов и формулировка основного вывода из вашего анализа будет хорошо предварять перечисление отдельных открытых вопросов и общее обсуждение перспективных направлений дальнейших исследований. В библиографии укажите статьи, имеющие непосредственное отношение к теме исследования. Если имеются хорошие обзоры, упомяните их. Возможно, вы должны будете включить в библиографию работы, которые вы не использовали, а также работы, о которых вы узнали после окончания собственной. Внимательно проверяйте ссылки и обновляйте их при опубликовании статей.

Структура вашей статьи, равно как и структура всех разделов, подразделов и пунктов, должна быть ясной. Чтобы проверить это, резюмируйте каждый пункт одним предложением. Последовательность этих предложений должна иметь четкий смысл. Проведите эту проверку также на уровне подразделов, а затем разделов.

Покажите, что сделанное вами интересно и не было сделано ранее. При демонстрации значения ваших результатов велико искушение представить их в максимальной общности, с громкими словами и впечатляющими деталями. Не поддавайтесь ему! Вместо этого, постарайтесь придать своим рассуждениям вид простых и даже тривиальных. Это упражнение в смирении будет полезным для вашей души. Оно также внушит рецензентам теплое отношение к вам. А самое главное, оно поможет доказать ваши результаты на более высоком уровне общности.

Процесс рецензирования и сокращения при публикации часто оказывают негативное влияние, вымывая из статьи значительную часть важного для понимания материала. Поэтому вы можете подумать, что, если ваша статья не содержит хотя бы одного результата, который выглядит сложным, она не готова к публикации. Вы справедливо гордитесь тонкими рассуждениями, приведшими вас к вашим результатам. Тем не менее, усердно трудитесь над тем, чтобы они выглядели проще.³

Чтобы показать новизну ваших достижений, объясните, чем ваши предположения отличаются от использовавшихся в литературе по данной теме, и почему эти различия важны как с концептуальной, так и с технической точки зрения. Продемонстрируйте ваше знание этой литературы, цитируя соответствующие статьи, и укажите, каково их отношение к вашему предмету.

Кроме того, укажите мотивы, побудившие вас к написанию работы, но не переусердствуйте, иначе вызовете у читателей подозрение.

Не забывайте о пути, которым вы пришли к вашему открытию. К моменту окончания работы над статьей содержащаяся в ней модель будет описывать произвольное количество товаров и агентов, общих возможностей производства, неопределенность и т.д., и никто ее не поймет. Если вы прочтете ее через несколько месяцев, вы тоже не поймете. Вы подбирайтесь к своей основной теореме небольшими шагами, сначала формулируя ее для двух агентов, двух товаров, применяя линейные технологии без неопределенности и большое количество графиков. Именно рассматривая упрощенные варианты вашей модели, читатель уяснит основные идеи, и, скорее всего, именно эти центральные идеи, а не детали доказательств помогут ему в его собственной работе.

Воспроизвести процесс исследования в статье непросто, но постарайтесь это сделать. На семинаре можно сделать намного больше благодаря неформальной обстановке. Однако необходимость объяснения того, как вы пришли к окончательной формулировке и к своим результатам не является доводом в пользу хаотичного обсуждения, в котором, как в сложном салате, перемешаны условные обозначения, определения, предположения и мотивировки. Еще хуже будет, если вы добавите некоторые полуформальные алгебраические манипуляции (перемешаете салат?) и внезапно обрушите на нас утверждение: «Таким образом, мы доказали следующую теорему: ...». Как читатель, я чувствую себя одураченным, попадая в такую ситуацию.

Другой общеприменимый принцип заключается в том, что хорошее изложение подразумевает движение от общего к частному и наоборот. Далее я приведу несколько примеров.

Учитесь на своих ошибках. Ничто не позволяет лучше понять некоторые вопросы, чем их непонимание. И чем в большей степени вы их не понимаете, тем глубже вы сможете их понять. Вместо того чтобы приходить в замешательство от своих ошибок, вы должны воодушевляться ими. Я даже сказал бы так: вы не можете претендовать на понимание предмета, пока вы в совершенстве не осознали многообразные виды его непонимания. Об этом уже было сказано ранее, и гораздо лучше: «*Erreur, tu n'es pas un mal*»* (Gaston Bachelard, 1938).

Вероятно, ваши читатели будут жертвами тех же видов непонимания, что и вы. Помня о том, где вы испытывали затруднения, вы будете заранее знать, в каких местах читатели могут потерять нить рассуждения, и дадите там более подробные объяснения. На семинаре быстрое выявление причины, по которой кто-то затрудняется понять какой-нибудь фрагмент вашей работы, может избавить вас от 10-минутной дискуссии, которая вынудит вас спешить при объяснении оставшейся части материала.

3. Обозначения

Выбирайте легко узнаваемые обозначения. Если вам легко вспомнить, что обозначают все ваши переменные — примите мои поздравления! Но вы уже проработали над своей статьей несколько месяцев. К сожалению, то, что вы обозначили через x , ваш читатель со временем аспирантуры привык обозначать через t .

Лучшие обозначения — это те, о значении которых можно догадаться. Когда вы видите человека, идущего по улице с батоном под мышкой и беретом на голове, вам не нужно рассказывать, что это француз — вы уже знаете это. Вы можете сразу же и вполне правомерно наделить его всеми атрибутами французской культуры, и это значительно облег-

³ Для молодого экономиста естественно гордиться сложными вещами, которых он достиг; по мере того как вы становитесь старше, вы начинаете гордиться простотой того, что вы делаете. (Разумеется, это происходит не от того, что вы больше не в состоянии справляться со сложными вещами).

*Ошибка, ты не вредна (фр.) — Прим. перев.

чит размышления и разговор о нем. Вы можете угадать имена его детей — Рене или Эдмон — и посмеиваться над его предполагаемым восхищением Джерри Льюисом.

Аналогично, если Z обозначает множество, назовите его элементы z и z' , или x , y и z , но уж точно не b или l . Увидев z и z' , читатель сразу же поймет, какому пространству они принадлежат, сколько компонент содержат, и что эти компоненты называются z и z' . Если Φ обозначает семейство функций, отведите символы φ (возможно, ψ или даже f) для элементов этого семейства, но определенно не α или t .

Если R_i обозначает отношение предпочтения i -го агента, возможно, вы должны будете обозначить его наиболее предпочтительный набор из некоторого множества выбора через $b_i(R)$, его соответствие спроса через $d_i(R)$ и так далее, но опустив эту функциональную зависимость, вы не создадите двусмысленности (вы можете написать b_i и d_i). Если предпочтения i -го агента заменятся на R'_i , то соответствующие величины будут обозначаться через b'_i и d'_i .

Обозначайте время через t , землю через l , альтернативы через a и т.д. (и следите за тем, чтобы обозначения разных понятий в статье не начинались с одной и той же буквы).

В нашей области науки некоторые буквы алфавита используются определенным образом столь часто, что общепринятая интерпретация может помешать вам использовать их для других целей. Вероятно, вы будете в выигрыше, если последуете традиции. Не обозначайте какую попало величину через ϵ . Отведите эту букву для малых или стремящихся к нулю величин.⁴ Обозначьте индивида через i , его отношение предпочтения через R_i , его функцию полезности через u_i , и его начальный вектор через ω_i . Производимый набор благ обозначается через Y , цены — через p , количества — через q . Рукописными символами часто обозначают семейства множеств; так, a является элементом множества A , которое выбрано из семейства A .

Выбирайте мнемонические аббревиатуры для предположений и свойств. Не обозначайте свои предположения и свойства с помощью

⁴ Мне нравится хрупкий вид буквы ϵ , особенно когда в моем принтере кончается тонер. Кто может сомневаться, что обозначаемая ею величина вот-вот превратится в ничто? Однако, как напомнил мне мой рецензент, в эконометрике вектор ошибок в ϵ не обязательно является малой величиной. Скорее это величина, которую хотелось бы иметь малой.

цифр, букв или буквенно-цифровых комбинаций. Через 10 страниц после формулировки вашей первой теоремы читателю будет практически невозможно вспомнить, что стоит за «предположениями *A1 – A3* и *B1 – B4*». Но тот факт, что «предположения *Дифф*, *Мон* и *Непр*» обозначают дифференцируемость, монотонность и непрерывность, будет очевидным для читателя, начинающего с этого места. Будьте осторожны при выборе аббревиатур. Если вы напишете *Con*, будет непонятно, имеете ли вы в виду непрерывность (*continuity*) или выпуклость (*convexity*), так что пишите *Cont* или *Conv*. Это будет стоить одного лишнего нажатия на клавишу, но столь небольшое усилие избавит читателей от необходимости поиска того, что вы имеете в виду, по всей статье. Вероятно, найти сокращенное название для каждого предположения по смыслу не всегда возможно, особенно в технических областях.

Широко распространена практика написания в скобках сокращенного названия условия после полного названия данного условия при первом упоминании. При дальнейшем использовании сокращенного названия скобки уже не требуются.⁵

В аксиоматическом анализе многие авторы обозначают аксиомы цифрами или буквенными сокращениями, но я не вижу в этом каких-либо преимуществ. Аргумент, согласно которому цифры и сокращения помогают сэкономить место, не очень убедителен, учитывая тот факт, что они позволяют укоротить статью из 20 страниц максимум на 5 строк, и уж точно не сэкономят время вашего читателя. Если вы используете другой шрифт для ваших аксиом, что я настоятельно рекомендую (например, курсив или наклонный шрифт), каждая аксиома выделится из остального текста и будет восприниматься как единое целое. Она уже не будет читаться по слогам. Альтернативный способ достижения этого важного визуального выделения аксиом в тексте — набор их прописными буквами.

Никогда не используйте сокращения в заголовках разделов.

Не пытайтесь вводить обозначение, если вы используете его лишь один или два раза. Нет смысла вводить новое обозначение, если вы почти не будете его использовать. Сколько раз должно использоваться понятие, чтобы заслужить свое собственное обозначение? Три раза?

⁵ Когда вы начинаете доказательство, пишите «Доказательство: ...» а не «(Доказательство: ...)».

Не пытайтесь вводить обозначение, если вы используете его лишь один или два раза. Нет смысла вводить новое обозначение, если вы почти не будете его использовать. Сколько раз должно использоваться понятие, чтобы заслужить свое собственное обозначение? Три раза? Четыре? Решать вам. Во всяком случае, не утруждайте себя введением обозначений, которые вы никогда не используете.

Аналогичным образом я отношусь к употреблению обозначений полезности, когда речь идет только о предпочтениях. Конечно, это замечательно, что отношения предпочтения, обладающие определенными свойствами, могут быть представлены числовыми функциями, и эти представления иногда полезны или даже необходимы. Но это стало общим оправданием для использования функций полезности даже в ситуациях, где они по сути лишь засоряют текст. Предположим, например, вы хотите сформулировать, что правило распределения *S стратегически устойчиво*. Это означает, что для каждого i -го агента сообщить о своем истинном отношении предпочтения R_i предпочтительнее, чем сообщить о каком-либо ложном отношении предпочтения R'_i независимо от сообщений, сделанных другими агентами. Тогда вы можете написать неравенство $u_i(S(u)) \geq u_i(S(u_{-i}, u'_i))$, но будет ли такое выражение предпочтительнее, чем $S(R) R_i S(R_{-i}, R'_i)$? Если в вашей статье встречаются длинные цепочки выражений подобного вида — что вполне возможно — то полезностные обозначения не будут способствовать легкости прочтения.

Дело обстоит еще хуже, если вы обсуждаете определенные нормативные проблемы экономики благосостояния, общественного выбора или государственных финансов, поскольку в этих областях функции полезности имеют кардинальное значение. Хотя ваша теория может включать лишь отношения предпочтения, некоторые из ваших читателей могут быть последователями иной традиции и поддаваться искушению сравнивать полезности, приравнивать их, максимизировать их сумму и тому подобное. С другой стороны, если вы обращаетесь к задаче теории спроса и вам необходимо найти матрицы частных производных, тогда, конечно, вы не сможете избежать употребления символов полезности.

Не определяйте в сносках важные обозначения, которые вряд ли знакомы читателю и которые вы будете использовать в

основном тексте статьи. И вообще, не ссылайтесь в основном тексте на термины, идеи или выводы, представленные в сносках или примечаниях — возможно, читатель пропустил эти части текста. Здесь имеется определенная иерархия, которую вы должны уважать.

Экономьте математические символы. Не используйте символы, в которых нет необходимости. Например, старайтесь избегать большого количества нижних и верхних индексов. Если у вас только два агента, назовите их наборы товаров x и y с координатами x_k и y_k (а не x_1 и x_2 с координатами x_{1k} и x_{2k}). В тексте комбинации верхних и нижних индексов смотрятся несколько лучше, чем только нижние индексы, но при письме на классной доске верхние индексы часто «сползают», переходя в нижние. Если F — ваше общее обозначение решения арбитражной схемы Нэша, вы вполне можете обозначить решение Нэша через F^N и, применяя его к задаче (S, d) с допустимым множеством S и точкой несогласия d , вы получите $F^N(S, d)$. Но почему бы не обозначить решение Нэша через N ? Если вы можете сделать точку несогласия началом координат, что практически всегда возможно без потери общности, то не обозначайте ее никак. В конечном итоге, вы будете искать $N(S)$ — значительно более простое выражение, чем $F^N(S, d)$. Если вы будете систематически прибегать к подобным упрощениям в обозначениях, ваш текст будет намного чище.

Пределы суммирования или интегрирования часто (согласен, не всегда) являются однозначными. Поэтому нет необходимости их указывать. Не пишите $\sum_{i=1}^n x_i$, $\sum_{i \in N} x_i$, $\sum_i x_i$ или $\sum_{i=1, \dots, n} x_i$, поскольку в большинстве случаев вполне достаточно написать $\sum x_i$. Уверяю вас: увидев выражение $\sum x_i$, ваши читатели будут единодушны в мнении, что вы суммируете по i , изменяющемуся в своих естественных пределах. Аналогично, хотя множество, состоящее из одного лишь агента i , следует обозначать через $\{i\}$, если вам необходимо употреблять этот символ много раз, лучше отказаться от фигурных скобок. Однако извинитесь за чрезмерное упрощение обозначений. Если O обозначает список объектов, индексированных агентами из множества N , вы должны обозначать более короткий список, из которого удалена i -я компонента, через $O_{N \setminus \{i\}}$, но стало стан-

дартом писать O_{-i} . Я приветствую это упрощение, и я использовал его ранее. С помощью подобных приемов выражения можно существенно упрощать. Представьте себе, что вы на диете и каждый символ равнозначен одной калории. Вы быстро обнаружите, что вы легко можете обойтись в два раза меньшим их количеством. Вы улучшите читаемость вашего текста и избавитесь от лишнего веса.

Не заставляйте читателя угадывать или выводить из контекста, что означают ваши символы неравенства. Определяйте их при первом использовании. Вполне приемлемо делать это в сноске.⁶ Другой способ — определить их в предварительном описании обозначений.

4. Определения

Избегайте двусмысличности при определении нового термина. Сразу же покажите, что он действительно является новым. Не позволяйте читателю думать, что вы уже дали определение, но он пропустил его, либо вы подразумеваете, что он его знает.

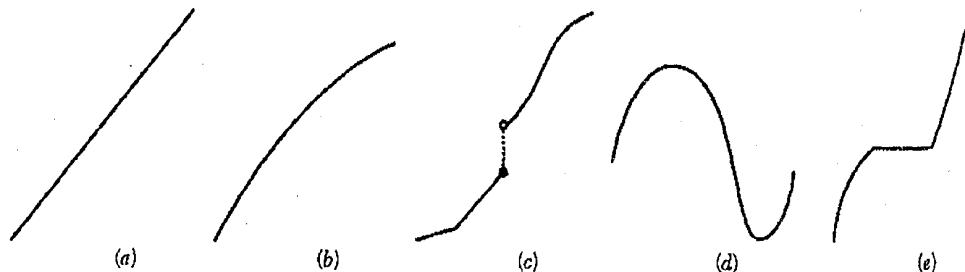


Рис. 1. Примеры возрастающих функций и функций, не являющихся возрастающими. (a), (b) и (c) возрастают. (d) и (e) не возрастают.

⁶ $x \geq y$ означает $x_i \geq y_i$ для всех i (если допускается равенство $x = y$, то знак неравенства обычно пишется с двумя черточками); $x > y$ означает $x_i > y_i$ для всех i . Вместо $x > y$ иногда пишут $x \gg y$. Широко распространен обычай определять эти символы в сноске, и именно там большинство из нас будет их искать. Поэтому вам также можно определять их в сноске. Некоторые люди относятся к сноскам с антипатией, но лично мне они нравятся. В академической работе они часто являются единственным местом, где вы найдете признаки жизни.

Вот три возможных способа введения определения: 1. «Функция называется (является) **монотонной**, если ...»; 2. «Функция является «монотонной», если...»; 3. «Говорят, что функция **монотонна**, если ...». Я предпочитаю первый формат и использую его повсюду в этой статье, поскольку построение фразы в нем является прямым и применение другого шрифта облегчает поиск определения при необходимости. Что касается шрифта, я предпочитаю жирный или жирный курсив обычному курсиву или тексту в кавычках, так как последние два варианта не позволяют достаточно выделить новые термины. Возможно, вы должны будете показать ключевые определения отдельно. Вы можете предварить каждое из них словом **Определение**, набранным жирным шрифтом (см. примеры ниже). Но не вводите все определения подобным образом, особенно если их у вас много — это будет нудно. Сосредоточьтесь на самых важных.

Чтобы избежать повторяющихся квантоворов, которые являются общими для нескольких определений, вы можете сгруппировать эти определения и привести кванторы один раз: «Правило распределения **эффективно**, если для всех профилей предпочтения R и всех распределений z , которые оно выбирает для R , не существует другого распределения z' , которое все агенты найдут по меньшей мере столь же желательным, как z , и по меньшей мере один агент предпочтет его; оно является **слабо эффективным**, если не существует другого альтернативного распределения z' , которое все агенты предпочитают z ».

Чтобы выделить определенные аспекты вашей статьи, например, важные выводы, используйте типографские средства, имеющиеся в вашем распоряжении. Хорошим средством является курсив. Однако выделять все равнозначно тому, чтобы не выделять ничего.

Когда вы вводите новое определение, давайте иллюстративные примеры. Если вы определяете свойство, которое объект может иметь или не иметь, покажите: 1. Объекты, которые удовлетворяют определению; 2. Объекты, не удовлетворяющие определению; 3. Объекты, удовлетворяющие определению, но на грани того, чтобы ему не удовлетворять; 4. Объекты, не удовлетворяющие определению, но на грани того, чтобы ему удовлетворять. Примеры категорий 3 и 4 особенно важны, так как именно с ними связана основная часть работы в доказательствах. И наоборот, именно они позволяют доказательству пройти. Дать доста-

общем случае — с перегибом, выпуклой частью и разрывом. Функция на рис. 1d также полезна, так как она показывает типичное нарушение свойства. Функция на рис. 1e очень важна, так как она позволяет ясно понять, что нам требуется нечто большее, чем просто «неубывающая» функция.⁷

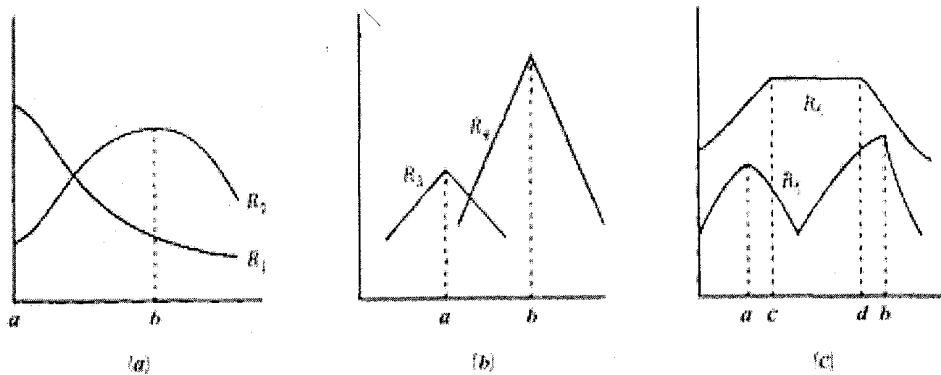


Рис. 2. Примеры однопиковых и неоднопиковых отношений предпочтения. (а) Эти отношения имеют единственный пик — это a для R_1 и b для R_2 . (б) Эти отношения также имеют единственный пик, но они недостаточно представительны для всего класса в силу своей симметричности. Читатели, не работавшие с подобными предпочтениями, часто предполагают, что симметрия является частью определения, так что вы должны подчеркнуть тот факт, что большинство однопиковых предпочтений не обладают данным свойством. (с) Эти отношения не являются однопиковыми, поскольку R_5 имеет два локальных максимума — это a и b , а R_6 имеет максимум в любой точке невырожденного промежутка $[c, d]$.

Определение. Непрерывное отношение предпочтения R , определенное на промежутке $[0, 1]$ с асимметричной частью P , называется *однопиковым*, если существует $x^* \in [0, 1]$, такое, что для всех $x, x' \in [0, 1]$ при $x < x' \leq x^*$ или $x^* \leq x' < x$, мы имеем $x' P x$.

На рис. 2 изображены графики числовых представлений шести отношений предпочтения. Очевидно, что R_2 является однопиковым, а R_5 — нет. Но читатель может не сразу понять, что R_1 является однопиковым, поскольку функция достигает максимума в углу, или может

⁷ Некоторые читатели данной статьи возражали против высказываний типа «этот функция является неубывающей», что звучит очень похоже на «этот функция не является убывающей», но имеет иной смысл. Возможно, мы должны говорить о «нигде не убывающей функции».

подумать, что R_6 приемлема, хотя эта функция имеет «плато», а не пик. Вы также должны сообщить читателю о том факте, что вы включаете предпочтения, не обладающие симметрией, как на Рис. 2б. Все эти примеры будут весьма полезны, чтобы обеспечить правильное понимание читателем границ ваших рассуждений.

Приводите определения в логической последовательности. Вводите термины таким образом, чтобы определение каждого нового термина включало только уже определенные термины. Не заставляйте читателя ждать до конца предложения или абзаца для прояснения всех деталей.

Например, определите размерность пространства товаров прежде чем вводить потребителей или технологии. В стандартной модели потребитель является не более чем отношением предпочтения, определенным на подмножестве этого пространства, и начальным вектором в данном пространстве; технология является просто подмножеством данного пространства. Поэтому в каждом случае естественным будет прежде всего указать пространство, то есть количество товаров. Не следует писать: « R_{mon} является классом возрастающих предпочтений R , где под «возрастанием» подразумевается, что для всех $x, y \in R^l_+$ при $x \geq y$, мы имеем $x R y$, (l — размерность пространства товаров)». Вместо этого пишите: «Пусть $l \in N$ — количество товаров. Отношение предпочтения R , определенное на R^l_+ , является возрастающим, если для всех $x, y \in R^l_+$ при $x \geq y$, мы имеем $x R y$. Пусть P_{mon} — класс возрастающих предпочтений».

Другой пример, в котором R^n обозначает область профилей предпочтения в экономике из n агентов. Не следует писать:

Определение. Соответствие общественного выбора $F: R^n \rightarrow A$ называется **монотонным по Маскину**, если для всех $R, R' \in R^n$ и всех $a \in F(R)$, если для всех $i \in N, L(a, R_i) \subseteq L(a, R'_i)$, тогда $a \in F(R')$, где $L(a, R_i)$ — нижнее контурное множество отношения предпочтения R_i в точке a , где R и R' — профили отношений предпочтения, определенных на A — некотором пространстве альтернатив, а Маскин — экономист из Гарварда.

Вместо этого следует писать:

Определение. Пусть Маскин — экономист из Гарварда, A — множество альтернатив. Пусть R_i — отношение предпочтения, определенное на множестве A , a — альтернатива из A . Пусть $L(a, R_i)$ — нижнее

контурное множество R_i в точке a . Соответствие общественного выбора $F: R^n \rightarrow A$ является *монотонным по Маскину*, если для всех R , $R' \in R^n$ и всех $a \in F(R)$, если для всех $i \in N$, $L(a, R_i) \subseteq L(a, R'_i)$, то $a \in F(R')$.

Еще лучше сначала ввести основные обозначения — возможно, вы будете использовать их в других определениях и доказательствах — и только потом дать определение. Это разделение поможет выяснить основную идею определения.⁸ Начинайте так:

«Пусть A — множество альтернатив, R — отношение предпочтения, определенное на множестве A , a — альтернатива из A . Пусть $L(a, R)$ — нижнее контурное множество R_i в точке a . Пусть R — класс допустимых отношений предпочтения, определенных на множестве A . Соответствие общественного выбора сопоставляет каждому профилю отношений предпочтения в R^n непустое подмножество A ».

Теперь вы можете дать определение:

Определение. Соответствие общественного выбора $F: R^n \rightarrow A$ является *монотонным по Маскину*, если для всех R , $R' \in R^n$ и всех $a \in F(R)$, если для всех $i \in N$, $L(a, R_i) \subseteq L(a, R'_i)$, то $a \in F(R')$.

Вы можете также выделить шрифтом предположение и заключение:

Определение. Соответствие общественного выбора $F: R^n \rightarrow A$ является *монотонным по Маскину*, если для всех R , $R' \in R^n$ и всех $a \in F(R)$, если

для всех $i \in N$, $L(a, R_i) \subseteq L(a, R'_i)$,
то $a \in F(R')$.

Однако, если предположения и выводы достаточно просты, как в этом примере, их выделение может быть излишним.

Некоторые будут возражать против двойного «если» в моем написании условия; это действительно выглядит неуклюже. Что если заменить первое «если» словом «когда»? Другой вариант — написать: « $L(a, R_i) \subseteq L(a, R'_i)$ для всех $i \in N$ влечет $a \in F(R')$ ».

Мне доводилось читать рекомендации опускать знаки препинания после формул (предположение и вывод в последнем утверждении определения монотонности по Маскину), но по этому поводу нет все-

⁸ Аналогично обстоит дело с утверждениями и теоремами: не вводите новых обозначений в их формулировки.

общего согласия. Лично я предпочитаю оставлять все необходимые знаки препинания в своих предложениях.⁹

Следите за тем, чтобы неформальные описания ваших определений соответствовали их точным формулировкам. Если вы пишете: «допустимое распределение эффективно по Парето, если не существует другого допустимого распределения, которое все агенты найдут по меньшей мере столь же желательным и по крайней мере один агент предпочтет», то ваше формальное определение (мы по прежнему используем R для обозначения профиля предпочтения и вводим P для обозначения множества распределений, эффективных по Парето) не должно быть таким: « $z \in P$, если (i) $z \in Z$ и (ii) для всех $z' \in Z$, таких что для некоторого $i \in N$, $z'_i P_i z_i$, существует $j \in N$, такое что $z_j P_j z'_j$ ». Вместо этого пишите: « $z \in P$, если (i) $z \in Z$ и (ii) не существует такого $z' \in Z$, что для всех $i \in N$, $z'_i R_i z_i$, и для некоторого $j \in N$, $z'_j P_j z_j$ ».

Отделяйте формальные определения от их интерпретаций. Формальные модели часто могут иметь несколько интерпретаций. Поэтому очень важно отделять формальное описание вашей модели от интерпретации, которую вы намерены использовать в каждом конкретном случае. Например, сначала напишите:

Определение. Пусть V^n — множество корпоративных игр *n* лиц. Решение на множестве V^n есть функция, сопоставляющая каждой игре $v \in V^n$ точку $x \in R^n$, такую что $\sum x_i \leq v(N)$.¹⁰

Затем объясните: «Если F — решение на множестве V^n , и i — игрок из N , то число $F_i(v)$ можно интерпретировать как «ценность для игрока i участия в игре v », то есть как сумму, которую он готов заплатить за возможность участвовать в игре. Или же это сумма, которую беспристрастный арбитр рекомендовал бы игроку в качестве выигрыша».

⁹ Когда мои дочери учились в начальной школе, я время от времени приходил к ним в школу, чтобы помочь с правописанием. Мой основной задачей было проверять, чтобы каждое написанное ими предложение начиналось с прописной буквы и заканчивалось точкой. Я хорошо усвоил этот урок, и когда я вижу предложение, не заканчивающееся точкой, я испытываю такое же неприятное ощущение, как и при близком подходе к краю открытого множества.

¹⁰ Здесь у нас возникает проблема обозначений, поскольку показатель степени *n* в выражении V^n отражает случай *n* игроков, тогда как показатель степени в R^n означает, что R^n есть прямое произведение. Чтобы решить эту проблему, вы можете написать $V^{(n)}$, но я не думаю, что риск путаницы достаточно высок, чтобы оправдать эти скобки.

Преимущество такого разделения в том, что оно поможет вашему читателю (и даже вам самим) оценить применимость ваших результатов для других ситуаций, о которых читатель не думал изначально (да и вы тоже).

Если продолжить только что приведенный пример, теория кооперативных игр является также теорией распределения издержек. Некоторые ваши читатели интересуются только прикладными примерами, а не абстрактными играми; других приложения не интересуют. Вы можете удержать внимание и тех, и других, если сначала дадите общие определения, а потом укажете на разнообразные возможные интерпретации вашей модели.

Представляйте основные понятия вашей теории в наиболее общей форме. Наверняка вы будете использовать понятия, смысл которых выходит далеко за рамки вашей статьи. Предпочтительно вводить их без наложения дополнительных предположений, которые необходимы для вашего анализа. Когда вы объясняете, что такое равновесие по Вальрасу, не вводите предположений о выпуклости, монотонности или даже непрерывности предпочтений.¹¹ Конечно, эти свойства важны, когда вы обращаетесь к проблеме существования равновесия, но к самому понятию равновесия по Вальрасу они отношения не имеют.

Когда вы вводите некоторое обозначение, сообщите читателю, какой вид математического объекта оно обозначает — будь то точка в векторном пространстве, множество, функция и т.д. Не пишите: «Пара (p, x) представляет собой равновесие по Вальрасу, если...» Вместо этого, сначала определите симплекс цен Δ^{l-1} в l -мерном евклидовом пространстве и определите пространство распределений X . Затем напишите: «пара $(p, x) \in \Delta^{l-1} \times X$ представляет собой равновесие по Вальрасу, если ...» Аналогично, не пишите: «Функция φ стратегически устойчива, если ...». Вместо этого, определив множество возможных профилей предпочтения R^n (прямое произведение $|N|$ копий R , индексированных элементами N) и пространство распределений X , пишите: «Функция $\varphi: R^n \rightarrow X$ стратегически устойчива, если ...»

Точное указание природы вводимых объектов особенно важно, если читатель может быть не знаком с ними. Написав: «тройка $(\pi, x, y) \in$

¹¹ Предпочтения, не обладающие непрерывностью, сложно представить графически, так что, если вы даете графическую иллюстрацию своего понятия, вы скорее всего должны давать ее для непрерывных предпочтений.

$\Delta^{(l-1)n} \times \mathbf{R}_+^{(m-1)n} \times \mathbf{R}^l$ представляет собой *равновесие по Линдаю*, если ...», вы помогаете читателю понять, что π содержит компоненты, индексированные агентами (это индивидуализированные цены Линдаля).

Кстати, последовательность элементов множества X является не подмножеством X , а функцией, сопоставляющей натуральным числам элементы из X . Поэтому, вы не можете написать $\{x^k\}_{k \in N} \subseteq X$. И вы не можете написать $\{x^k\} \in X$. Говорите о «последовательности $\{x^k\}$, где для всех $k \in \mathbb{N}, x^k \in X$ ».

Когда вы определяете понятие, указывайте, от чего оно зависит. Не пишите: «Функция f дифференцируема в точке t , если ... t ». Поскольку то, что следует за «если», зависит от t , вы должны писать: «Функция f дифференцируема в точке t (включая «в точке t »), если ... t ». Тогда вы можете продолжить и сказать: «Функция f дифференцируема, если она дифференцируема в точке t для всех t в области ее значений». Маргинальный уровень замещения вычисляется в точке, поэтому следует говорить о *маргинальном уровне замещения i-го агента в точке x_i* . Например, в теории реализации говорите о *монотонном преобразовании предпочтений i-го агента в точке x_i* , а не просто о *монотонном преобразовании*.

Когда вы определяете новую переменную как функцию от старых, это должно быть отражено в левой части равенства или тождества. Если M уже было определено, и далее вводится M' , величина которого равна M , вы должны написать «Пусть $M' = M$ », а не «Пусть $M = M'$ ».

Не предполагайте, что ваши читатели обязательно знакомы с определениями, которые вы используете. В литературе редко наблюдается всеобщее согласие по поводу определений. Даже явно стандартные термины часто понимаются различными людьми неодинаково. Поэтому определяйте используемые термины, даже те, которые можно справедливо считать общезвестными. «Ядро», «общественные блага», «совместимость стимулов» являются примерами терминов, которые достаточно широко распространены; тем не менее, определяйте их. Слово «рациональность» часто появляется в формальных рассуждениях по теории игр без предварительного определения. Не допускайте подобных ошибок.

Называйте то или иное понятие только одним словом или словосочетанием, даже если у вас есть несколько естественных вариантов. Выберите один и придерживайтесь его. Укажите в скобках после вашего

определения или в сноске другие аналогичные термины, которые встречаются в литературе. Когда вы впервые рассматриваете общую идею, вы можете использовать различные термины ради разнообразия изложения; это поможет вам избежать повторений, которые действительно звучат не очень хорошо. Но после того как вы формально определили понятие и дали ему название, далее употребляйте только это название.

Термины «игра», «игровая форма» и «механизм» используются различными авторами для обозначения одного и того же понятия. Выберите какой-либо один термин. Например, пишите: «*Игровой формой*¹² называется пара (S, h) ...». Вы можете также написать: «*игровая форма* (известная также как механизм)», тем самым давая нам понять, что вы намерены использовать словосочетание «игровая форма», выделенное жирным курсивом, но напоминаете об аналогичном использовании термина «механизм». Вы запутаете читателя, если напишете «механизм (или *игровая форма*) ...».

Не населяйте свою статью индивидами, агентами, лицами, потребителями и игроками. Одного вида «особей» достаточно.

Кванторы всеобщности можно писать в виде «для всех», «для любых», «для каждого»; словосочетание «для данного» может вводить объект, произвольно взятый из множества. Я встречал доказательства, в которых использовались все четыре способа, и это выглядело не очень удачно. Будьте осторожны с употреблением выражения «для любых». Если вы пишете «если для любого $x \in X, f(x) > a, \dots$ », неясно, имеете ли вы в виду «для всех x » или «для некоторого x ». Термины «отношение предпочтения», «полезность», и «функция полезности» используются некоторыми авторами как синонимы, но вы не должны так делать. Между ними существуют важные концептуальные различия, о которых я упоминал ранее. Подбирайте слова так, чтобы сохранять эти термины в неизменном виде.

В областях, где терминология еще не устоялась, у вас может быть несколько или даже много вариантов. Не воспринимайте это как оправдание свободного перехода от одних терминов к другим. Вместо этого пользуйтесь возможностью направить терминологию в благоприятном для вас направлении.

¹² Иногда используются термины «игра» или «механизм».

Тщательно выбирайте названия для вводимых вами понятий. Когда вы вводите определение, вы должны выбрать подходящее название для соответствующего понятия — слово или фразу, раскрывающие его содержание. Если вы используете выражение из нескольких слов, не слишком беспокойтесь о его длине. Вашим приоритетом должно быть ясное указание на называемое понятие. В любом случае, вы можете также пользоваться сокращенными формами выбранных названий. Вот хороший способ подготовки читателя к сокращенному названию: «Допустимое распределение называется **эффективным** (по Парето), если не существует другого допустимого распределения, которое все агенты найдут по меньшей мере столь же желательным и по крайней мере один агент предпочтет». В дальнейшем вы можете просто говорить об «эффективных распределениях». Если вы не используете несколько понятий эффективности (в этом случае вы должны четко провести разделение между ними, дав им разные названия), краткая формулировка недвусмысленна и проще в использовании.

На самом деле, я не думаю, что длинные выражения создают большие проблемы в тексте, как я объяснял ранее. Однако, на семинаре возникновение подобных проблем вполне возможно. В таких случаях старайтесь найти более короткие формулировки. Можно также использовать длинное и более описательное выражение несколько раз, и когда оно будет, на ваш взгляд, усвоено аудиторией, скажите: «Далее я буду пользоваться следующим сокращенным названием: ...».

Старайтесь избегать излишнего технического жаргона. Если функция сохраняет порядок, не говорите, что она удовлетворяет условию «сохраняемости порядка»; название свойства — «сохранение порядка». Мне не нравится фраза «коалиция из одного игрока», которую мы используем при обсуждении кооперативных игр; возможно, вам придется говорить отдельно об индивидуальных играх и о коалициях (объединениях двух или более игроков). Теорема доказывается человеком, а не монографией: «этот результат получен Смитом (1978)» звучит лучше, чем «этот результат получен в работе Смита (1978)». В общеупотребительном языке «предпочтение» означает то, что на экономическом языке мы часто называем «строгим предпочтением». В нашем диалекте есть также фраза «слабое предпочтение», которая также нарушает нормы обычного литературного языка. В большинстве случаев мы можем перефразировать изложение так, чтобы избежать конфликтов с обычным использо-

зованием слов. Если вы чувствуете, что не можете избежать конфликта, постарайтесь, чтобы ваше высказывание было однозначным.

Помня о том, что данное конкретное условие может иметь различные интерпретации, зависящие от контекста, предпочтите нейтральные выражения, которые находят различные применения, выражениям, слишком тесно связанным с определенной системой представлений, преобладающей в вашей статье. Требование, согласно которому правило распределения должно быть монотонным по начальному набору агента, может рассматриваться со стратегической точки зрения; оно делает невыгодным для агента уничтожение некоторых ресурсов, находящихся в его владении. Оно может быть мотивировано соображениями справедливости; агент должен извлекать некоторую выгоду из увеличения объема приобретенных им ресурсов. Однако вместо фраз, заимствованных из теории игр или из теории справедливого распределения, используйте нейтральное высказывание, такое, как «монотонность» (или «монотонность по начальному набору»), если вы обсуждаете также монотонность по другим параметрам), и предоставьте своим читателям возможность решать, какую интерпретацию они предпочитают.

Давайте допущениям такие названия, которые помогают сохранить в памяти логические связи между ними. *Строгая монотонность* влечет *монотонность* — условие, которое в свою очередь влечет *слабую монотонность*. В аксиоматическом исследовании, аксиомы часто принимают различные формы в зависимости от степени их силы. Называйте их таким образом, чтобы сделать их иерархию явной.

Оспаривайте общепринятые терминологию или словоупотребление, если вы находитите их неадекватными. Если ваша статья является развитием опубликованной работы другого автора — а это почти наверняка так — не чувствуйте себя обязанными использовать ту же фразеологию, если она была не очень удачной, даже если автор является признанным авторитетом в своей области. Аналогичное соображение касается и обозначений. Например, почему прилагательное «справедливый» должно применяться для обозначения распределений, которые одновременно благоприятны и эффективны, как это делалось в ранней литературе по проблемам экономической справедливости? В общеупотребительном языке термин не имеет эффективностного содержания. Называйте эти распределения «благоприятными и эффективными». Термин «начальный набор» обозначает ресурсы, которыми располагают

«первоначально», до обмена и производства. Вместо этого можно говорить просто о возможностях агентов.¹³ Условие «независимости от несущественных альтернатив», которое Нэш использовал в своем аксиоматическом выводе, называемом ныне решением Нэша — опасная формулировка. Я предпочитаю словосочетание «независимость от сужения» (*contraction independence*), которое напоминает о производимой геометрической операции, хотя, конечно, не дает точного представления об этой операции; выражение Нэша не более информативно. Читатель сам решит, являются ли эти ограничения несущественными. «Монотонность по Маскину» в действительности является условием инвариантности. Это утверждение об инвариантности общественного выбора при определенных преобразованиях предпочтений — термин «монотонный» вполне приемлем для описания этих преобразований. Назвать ее выражением вроде «инвариантность при монотонных преобразованиях» может быть лучше, особенно для аудитории, которая незнакома с первоисточником. (Вообще, присваивание каким-либо условиям названий по именам авторов не столь практично, как нахождение названий, отражающих их содержание). Если длина этого альтернативного названия беспокоит вас, то как насчет «инвариантности по Маскину»? Если вы решаете ввести новое название, не забудьте также указать общеупотребительные названия.

Конечно, литературный язык развивался не для того, чтобы обозначать понятия из математики и экономики, но, чем меньше разрыв между понятием, которое вы должны назвать, и общеупотребительным смыслом выбранного вами слова, тем лучше. Для большинства ваших условий вы не можете надеяться найти короткое выражение, описывающее однозначно предположение и вывод; старайтесь найти правильный баланс между сжатостью и точностью.

Используйте технические термины корректно. Не пользуйтесь термином «вектор», если вы не собираетесь производить операции в векторном пространстве. Если вы имеете в виду набор объектов, взятых

¹³ Более того, если вы должны рассматривать изменения возможностей игрока, например, чтобы определить, может ли владелец двух левых перчаток выиграть, выбросив одну из них перед выходом на рынок, вы должны будете заставить его пройти от плеонастических «начальных начальных наборов» до оксюморонных «конечных начальных наборов». Какую бы выгоду он ни получил от своего умного хода, она будет сведена на нет трудностями, вызванными плохим литературным языком.

из множества, подходящими терминами будут «списки», «упорядоченные списки» или «профили». Например, обозначение (R_1, \dots, R_n) относится к упорядоченному списку отношений предпочтения (или профилю предпочтения), а не к вектору отношений предпочтения: вы не будете вычислять $(R_1 + R_2)/2$. С другой стороны, часто бывает приемлемо представить список (s_1, \dots, s_n) стратегий как вектор стратегий. Например, в игровой форме, разработанной для нахождения решения проблемы общественных благ, стратегией агента может быть уровень общественных благ, и функция исходов может выбирать *средний* из декларированных уровней. Наборы товаров обычно являются векторами. Вы часто вычисляете средние наборы или умножаете их на два.

Не путайте функции со значениями, которые они принимают. Если $f: R \rightarrow R$ является функцией, то $f(x)$ — это значение, которое принимает функция, когда ее аргументом является x . Так, $f(x)$ не может быть дифференцируемым или вогнутым и т.д. Это свойства f , а не ее значений. Называйте функцию просто f (это лучше, чем $f(\cdot)$). Аналогично, $u_i(x)$ не является функцией полезности агента; ею является u_i . И наоборот, если u_i — функция полезности i -го агента, это не есть определенное значение, которое функция принимает при определенном аргументе. Если F — решение класса арбитражных схем и S — задача в данной области, то $F(S)$ не решение задачи, а нечто вроде «исхода решения», «исхода решения S ». В качестве альтернативы, вы можете назвать F «концепцией решения», а $F(S)$ — «решением S ».

Обзаведитесь хорошим словарем, и если английский не является вашим родным языком, попросите помочь у других. Чтобы очистить ваш текст от «сорняков» влияния французского, японского, китайского и других языков, призовите на помощь «садовника» — носителя языка.

5. Написание доказательств

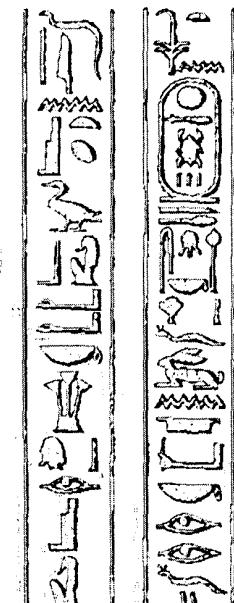
*Научитесь пользоваться программой набора математических формул $L^A T_E X$ или *Scientific Word*.* Один из первых выборов, который вы должны сделать — выбор программы для набора математических формул. Для вашей диссертации я настоятельно рекомендую $L^A T_E X$ (или $T_E X$, или *Scientific Word* — в зависимости от того, с какой из этих систем вы можете обращаться). $L^A T_E X$ придает обычному тексту красивый внешний вид, и, поскольку эта система «понимает» структуру математических выраже-

ний, ее полезность при написании математических работ неоценима. Кроме того, она широко используется (среди математиков она стала своего рода латынью, вы найдете это весьма удобным при работе с соавторами из разных уголков мира). Читатель предыдущей версии данной статьи предложил мне дать ссылку на книгу *Goossens, Rahtz, and Mittelbach*, «*Latex Graphics Companion*» (*Addison-Wesley*). Другой читатель посоветовал книгу *Timothy van Zandt*, «*PSTricks*». Если вы не знаете, как пользоваться этими программами, спросите у кого-нибудь из более молодых товарищей по учебе (знания в области компьютеров передаются от молодых к старым). Кроме того, используйте средства проверки орфографии. Передавая статью для публикации в журнал, учитывайте его требования к стилю.

Оптимальное соотношение объема математических формул и обычного текста в доказательствах варьируется в зависимости от типа читателя, но общепризнано, что оно не должно быть ни слишком высоким, ни слишком низким. Доказательство, состоящее только из слов, часто оказывается недостаточно точным и слишком длинным; доказательство, состоящее только из математических выражений, невозможно понять, если, конечно, вы не компьютер. По современным оценкам, оптимальное соотношение математических выражений и текста в доказательстве находится в интервале (52%, 63.5%). Найдите подходящую для вас величину в этих пределах и придерживайтесь ее. Однако сами теоремы должны быть сформулированы максимально простым языком. Читатель, который желает узнать больше, чем позволяет неформальное описание результатов во введении, но не имеет достаточно времени, сможет получить более точное представление о вашем научном вкладе с очень низкими затратами, если просто прочтет теоремы. Я допускаю, что этого иногда трудно достичь и для технических работ это практически невозможно, но вы должны постараться.

Избегайте длинных предложений. Хороший способ избавиться от двусмысленностей — преимущественное использование простых предложений. Если вы пишете на языке, который не является для вас родным, это также поможет вам избежать грамматических ошибок. Наконец, это вынудит вас писать предложения в логической последовательности. Пример: «Пусть (S, h) — игровая форма. Пусть R^n — класс допустимых профилей предпочтений. При $R \in R^n$ тройка (S, h, R) явля-

ется игрой. *Равновесие Нэша для* (S, h, R) описывается точкой $s \in S$, такой что для всех $i \in N$ и для всех $s' \in S$, мы имеем $h_i(s', s) R_i h_i(s)$. Если $s \in S$ — точка равновесия, то $h(s) \in Z$ есть соответствующий ей *равновесный исход*. Пусть $E(S, h, R) \subseteq Z$ обозначает множество равновесных исходов игры (S, h, R) . Игровая форма (S, h) вводит соответствие $\varphi: R^n \rightarrow Z$, если для всех профилей предпочтения $R \in R^n$ мы имеем $E(S, h, R) = \varphi(R)$.



(a)

Все что я должен сделать — это вывести из моих знаний о вас принцип работы вашего ума. Являетесь ли вы человеком того типа, который может подсыпать яда в свой собственный стакан, или вы принадлежите к тем, кто подсыпает яд в стакан своего врага? ... Теперь только круглый дурак ... поместит вино перед своим бокалом, поскольку он знает, что только другой круглый дурак потягнется первым к тому, что ему дали. Я точно не такой дурак, так что я точно не потянулся к вашему вину ... Теперь мы знаем, что стакан с ядом скорее всего стоит перед вами. Но яд — это порошок, сделанный из иоканы, а ее привозят только из Австралии. Все знают, что Австралия населена уголовниками, а уголовники привыкли, что люди им не доверяют. Я вам не доверяю, и это означает, что я точно не могу выбрать стакан, стоящий перед вами ... Но опять-таки, вы наверняка подозреваете, что я знаю о происхождении иоканы, а значит, об уголовниках и их поведении, и потому я точно не могу выбрать стакан, стоящий перед мной.

(b)

(c) Доказательство: Это следует из включения $\varphi \subseteq P$. Части (i) Утверждения 1, и Леммы 1 в применении к φ . *QED*

Рис. 3. Соотношение математики и обычного текста в доказательстве должно находиться в пределах (52%, 63.5%). (a) В этом доказательстве слишком много математики. В силу плотности математических символов, его практически невозможно понять. (Я могу только догадываться, что в нем говорится о существовании уток, обладающих определенными свойствами). (b) Это доказательство в рамках теории игр, принадлежащее Уильяму Голдмену (1973), содержит слишком много текста; оно представляется недостаточно точным и слишком длинным. Неудивительно, что через два абзаца персонаж, произведший его, умер. (c) Это доказательство абсолютно правильное, сказала принцесса Златовласка, и именно его она прочитала. Оно на удивление кратко и ясно. Хотелось бы вам узнать, какую теорему оно доказывает?

Вы можете полагать, что ваши шансы на Нобелевскую премию по литературе не слишком возрастут от использования подобного отрывистого стиля. Однако, я могу назвать нескольких грамматически слаб-

бых авторов, которые почти никогда не пользовались придаточными предложениями, и тем не менее смогли устроить себе поездку в Стокгольм! Если вам не по душе такой рубленый стиль, в самой последней версии своего черновика объедините некоторые из самых коротких предложений. Аналогично, разделяйте свой текст на абзацы разумного размера, помня о том, что слишком много хорошего — это плохо: последовательность абзацев, состоящих из одного предложения каждый, читать неприятно.

Некоторая избыточность полезна, но не злоупотребляйте ею. Приведение неформального описания основных этапов доказательства в дополнение к формальному доказательству не обязательно, но может быть весьма полезным. Однако, любое подобное пояснение должно появляться не внутри самого доказательства, а за его пределами и предпочтительно перед ним, чтобы подготовить читателя. Само доказательство должно быть настолько лаконичным, насколько это возможно сделать без ущерба для легкости понимания. Аналогично, когда вы вводите сложное определение, помогайте читателю, давая неформальное пояснение в дополнение к формальному утверждению. В этом случае также размещайте пояснение перед строгой формулировкой, чтобы подготовить читателей. Это убережет их¹⁴ от разочарования: действительно раздражает, когда тратишь время на понимание сложной концепции при первом ее появлении в тексте, чтобы двумя абзацами ниже обнаружить, что автор хотел помочь в этом.

То же соображение относится и к рисункам. Если вы приводите рисунок, чтобы проиллюстрировать доказательство — спасибо вам, но почему вы не сделали этого раньше, чтобы мы смогли найти на нем вводимые вами переменные и использовать этот рисунок, чтобы следить за ходом ваших рассуждений? Предупреждение о наличии рисунка особенно важно, потому что, если ваш опыт в обращении со шрифтами столь же ограничен, как и мой, вам будет сложно контролировать, в каком месте в конце концов этот рисунок окажется (мой компьютер всегда

¹⁴ Обратите внимание, что иногда я говорю «читатель», иногда — «ваш читатель» (в единственном числе), иногда — «ваши читатели» (во множественном числе), иногда употребляю местоимение «мы», ваши читатели. Это пример непостоянства стиля, которого следует избегать. Даже этого «следует избегать», поскольку я все время обращался к вам, мой читатель, я должен был написать как «вам следует избегать». Я вернулся к этой проблеме в конце статьи.

сам принимает решения подобного рода). Таким образом, рисунок, иллюстрирующий доказательство, вполне может оказаться на следующей за доказательством странице, а не рядом с ним.

Часто даже самые простые вещи заслуживают объяснения, особенно на семинарах, где у вас не будет времени на объяснение сложных вещей в деталях, и особенно вначале. Ведь если вы утратите внимание аудитории уже на этом этапе, вам может потребоваться много времени, чтобы вернуть его.

После изложения теоремы типа «тогда и только тогда», не ссылайтесь на часть «тогда» и часть «только тогда», или на достаточность и необходимость. Большинство людей не будет точно понимать, что вы имеете в виду. Я даже наблюдал, как некоторые величайшие экономисты путались в этом, а в моем личном пантеоне они среди людей, чей подход к экономической науке никак не может быть назван «чисто литературным». Переформулируйте результат в любом направлении по мере его обсуждения. Аналогично, догадываетесь ли вы, что большинство ваших учителей не знают, что такое маргинальный уровень замещения? Но это правда! Для большинства из нас предложение типа: «Маргинальный уровень замещения у агента 1 в точке z_0 выше, чем у агента 2» обозначает лишь, что кривые безразличия двух агентов, проходящие через точку z_0 , имеют в этой точке различный наклон. Мы надеемся, что выяснить, какая из них круче, мы сможем, когда это действительно понадобится. Конечно, мы никогда не признаемся в этом публично, и я наверняка никогда не сделаю такое признание в письменной форме из страха быть навсегда отвергнутым моими коллегами! Вместо этого, сравните маргинальные уровни замещения товара 1 и товара 2 для агента в точке z_0 ; а еще лучше, просто говорите о том, что их кривые безразличия имеют больший или меньший наклон в точке z_0 .

Великая нераскрытая тайна нейропсихологии заключается в том, что некоторые люди могут доказывать самые причудливые теоремы в наиболее абстрактных областях и при этом испытывать затруднения в некоторых элементарных операциях. Помните об этом. В конце концов, не звонили ли вы своим родителям в Англию, когда там было 3 часа ночи, после того как тщательно рассчитали, что там должно быть 3 часа дня? Вы смогли ошибиться даже в таком простом вычислении, и при этом прекрасно прошли экзамены, где проверялась значительно большая часть вашего интеллекта.

Используйте рисунки. Даже простые рисунки могут сделать ваши выступления на семинарах более яркими. Рисунки также очень важны для облегчения восприятия статьи, для предоставления отдыха от длительных словесных или алгебраических рассуждений, для иллюстрации определений и этапов доказательств. Конечно, рисунок не заменяет доказательства, и последнее должно быть доступным для понимания и без рисунка, но он может раскрывать основную идею и тем самым сокращать вдвое (а может и больше) время, которое понадобится читателю для понимания доказательства. Опять же, вспомните сотни маленьких графиков, построенных вами на пути к вашим результатам.

Придумывайте как можно более полные названия и обозначения для своих рисунков. Обозначайте распределения, цены и возможности. Чтобы отметить эффективность распределения, часто полезно заштриховать верхние контурные множества в окружении этого распределения. Постройте несколько кривых безразличия для каждого агента (некоторая избыточность здесь даже полезна). Если вы предполагаете выпуклость отношений предпочтения и действительно изображаете кривые безразличия строго выпуклыми, будет однозначно ясно, кому принадлежит та или иная кривая безразличия. Но если вы не делаете такого предположения — вы вполне можете работать с линейными или с невыпуклыми отношениями предпочтения — эта принадлежность кривых будет не всегда очевидной. Избегайте ненужных стрелок. Чаще всего вы сможете разместить свои обозначения рядом с соответствующими объектами, не создавая двусмысленностей. Используйте стрелки только если рисунок может стать «загроможденным», например, если обозначение слишком длинное.¹⁵

Используйте отдельную нумерацию для каждой категории объектов. Нумеруйте определения отдельно от утверждений, теорем и т.д. Некоторые авторы используют один список для всех пронумерованных объектов. Так, например, за Определением 15, которое на самом деле является десятым определением, следует Теорема 16, которая на самом деле является третьей теоремой, а за этой теоремой идет Следствие 17, которое является единственным, и т.д. Наличие нескольких списков предпочтительнее, так как они помогают понять структуру ста-

¹⁵ Посмотрите на карту города, в котором вы живете — на ней сотни наименований — и вы заметите, что все улицы отмечены без стрелок и при этом недвусмысленно! Вам определенно не нужны стрелки в ваших рисунках.

тии. Если у вас есть два основных раздела, в каждом из которых только одна теорема, назовите их Теорема 1 и Теорема 2. Наличие единого списка облегчает поиск необходимого объекта, но выгода от этого слишком невелика. Выявление структуры вашей статьи гораздо важнее.¹⁶

Располагайте ваши предположения в порядке уменьшения правдоподобности или общности. Когда вы вводите свои предположения, начинайте с наименее спорных и приводите их далее в порядке убывания правдоподобности. Для функций полезности, не пишите: $A1: u_i$, строго вогнута; $A2: u_i$, ограничена; $A3: u_i$, непрерывна. Вместо этого — здесь я не пытаюсь давать названия условиям — пишите: $A1: u_i$, непрерывна; $A2: u_i$, ограничена; $A3: u_i$, строго вогнута.

Вводите ваши определения взаимосвязанными группами. В модели общего равновесия, предположения $A1 - A5$ относятся к потребителям, а предположения $B1 - B6$ — к фирмам. В игровой модели предположения $A1 - A3$ относятся к структуре игры, а предположения $B1 - B2$ — к поведению игроков.

Выявите и покажите логические взаимосвязи между предположениями и группами предположений. Если у вас много условий и между ними много логических взаимосвязей, целесообразно представить эти соотношения в виде диаграмм. Лучше всего применять для этого диаграммы Венна, в которых каждый эллипс (oval) символизирует набор объектов, удовлетворяющих одному из условий. Когда вы рисуете два частично перекрывающихся эллипса, обозначающих условия A и B , это значит, что вы определили по меньшей мере один объект, удовлетворяющий A , но не удовлетворяющий B , по меньшей мере один объект, удовлетворяющий B , но не A , и по меньшей мере один объект, удовлетворяющий обоим условиям.

Вы можете также использовать диаграмму со стрелками и пересекающимися стрелками. Преимущество диаграмм Венна заключается в том, что путем начертания эллипсов соответствующего размера вы можете также выразить информацию об относительной силе условий. Если условие A намного сильнее, чем B , начертите значительно меньший эллипс для A . Если вы доказываете теорему при условии B , тогда как A использовалось в предшествующей литературе, ваш читатель опреде-

¹⁶ В крупных работах, таких, как книги, может быть полезным добавлять к номеру теоремы номер страницы, на которой она излагается: Теорема 3.123 — третья теорема в данной главе, появляющаяся на странице 123.

ленно захочет узнать, насколько значительно предпринятое вами ослабление ограничений. Вы должны дать некоторое представление об этом.

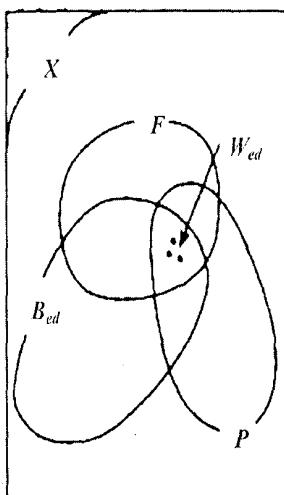


Рис. 4. Как показать логические взаимосвязи между понятиями. Условные обозначения: X – множество допустимых распределений, P – множество распределений, эффективных по Парето, F – множество распределений, свободных от зависимости, B_{ed} – множество распределений, удовлетворяющих условию нижней границы равного распределения, W_{ed} – множество распределений, удовлетворяющих вальрасовскому условию равного распределения. Множество допустимых распределений настолько больше, чем множество распределений, эффективных по Парето, что оно даже не помещается на рисунке. Существуют континуумы распределений, эффективных по Парето, и распределений, свободных от зависимости, но, как правило, количество вальрасовских распределений конечно. Небольшой совет: прерывание границы эллипса для размещения его обозначения является наилучшим способом избежания двусмысленности.

Другое преимущество диаграмм Венна заключается в том, что они облегчают указание на совместные следствия нескольких условий. Если A и B совместно влекут C (C является их следствием), то пересечение двух символизирующих их эллипсов будет содержать эллипс, обозначающий C . При другом способе обозначений вы должны соединить две стрелки, начинающиеся в A и B , и направить «слившуюся» стрелку на C . В конце концов, вы получите большую путаницу. Недостаток диаграмм Венна заключается в том, что для того, чтобы они не вводили в заблуждение, вы должны обозначить *все* логические взаимосвязи между вашими условиями. Но это и преимущество: вам потребуется выявить *все* логические взаимосвязи между вашими условиями!¹⁷ Вы не будете сожалеть о проделанной работе. Если вы используете стрелки и не связываете ими два условия, вы недвусмысленно показываете, что вы не знаете, как они взаимосвязаны. Это не имеет места для диаграмм Венна.

Если вы используете диаграммы Венна, вы иногда можете рисовать эллипсы способом, дающим представление о структуре обозначаемых множеств: если множество является выпуклым, нарисуйте выпуклый эллипс; если оно определяется системой линейных неравенств, нарисуйте его в виде многоугольника; если это решетка, изображайте его как ромб и т.д.

¹⁷ Эффективный способ достижения этого заключается в следующем: выявите все нелогичные взаимосвязи; то что останется — и есть логические взаимосвязи.

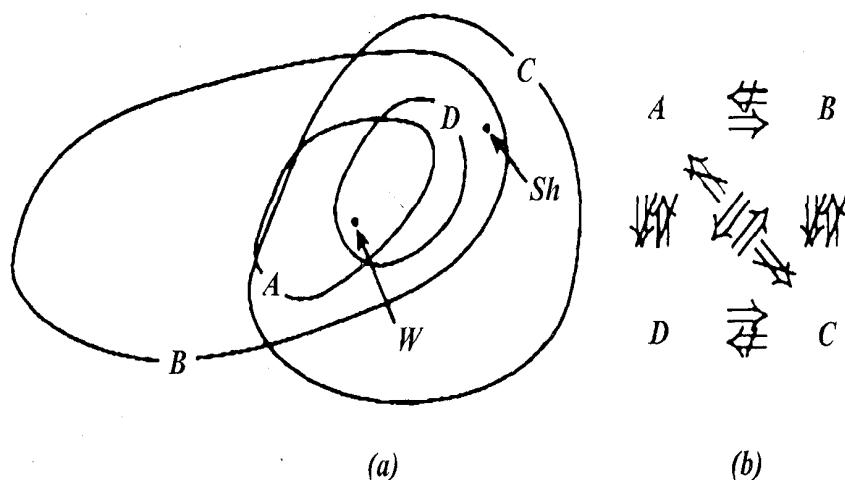


Рис. 5. Диаграммы Венна дают намного больше информации, чем стрелки. На первый взгляд кажется, что две диаграммы выражают одну и ту же информацию о логических взаимосвязях. Но диаграмма Венна (а) позволяет показать, что немногие объекты удовлетворяют условию A , но не удовлетворяют условию C , тогда как многие удовлетворяют условию B , но не удовлетворяют условию A . Диаграмма Венна позволяет поместить отдельные объекты, например правило Вальраса или значение Шепли, в соответствующие места. (б) Я сделал эту диаграмму со стрелками намеренно запутанной, чтобы усилить мой тезис о том, что диаграммы Венна более информативны, чем диаграммы со стрелками. Даже если бы я оставался беспристрастным, все равно эллипсы смотрелись бы лучше.

Удостоверьтесь, что существуют объекты, удовлетворяющие всем вашим допущениям. Приведите хотя бы один пример. После утверждения, что вы будете рассматривать экономики, удовлетворяющие Предположениям 1 – 10, покажите одну, которая удовлетворяет всем этим предположениям (попробуйте взять функцию Кобба-Дугласа; вероятно, для нее все это подойдет). Если множество объектов, удовлетворяющих вашим предположениям, является пустым, то *любое* утверждение, которое вы о них сделаете, будет математически корректным, но пользы от него будет мало.

Используйте единый формат для формального изложения ваших результатов, а также для сходных между собой частей доказательств. Если у вас есть несколько результатов, являющихся вариантами одного и того же, представляйте их в едином формате, так чтобы сделать их отношения друг с другом очевидными. Если вы сначала утверждаете:

Теорема 1. Если A, B и C , то D и E ,

то не пишите следующую теорему, которая отличается от Теоремы 1 тем, что C заменяется на C' и E заменяется на E' , как:

Теорема 2. Предположим A и B . Кроме того, рассмотрим класс экономик, удовлетворяющих C' . Тогда имеет место D . Кроме того, выполняется и E' .

Вместо этого используйте *параллельный*¹⁸ формат:

Теорема 2. Если A, B и C' , то D и E' .

Соотношение между Теоремами 1 и 2 будет очевидным, и ваш читатель обнаружит его при простом их просмотре. Выбирая различные форматы, вы заставите читателя действительно прочитать полностью эти утверждения и провести сравнения условий и выводов, необходимые для понимания взаимосвязи результатов. В некоторых случаях можно представить две теоремы как Части 1 и 2 одной теоремы.¹⁹ Близость расположения в тексте и общий формат — два важных способа, с помощью которых вы можете облегчить задачу для вашего читателя.

Аналогично, доказательство может содержать несколько частей, обладающих идентичной или почти идентичной структурой. Представьте эти части так, чтобы сделать эту идентичность очевидной. Вместо того чтобы писать *Случай 1* и *Случай 2* отдельно, напишите сначала *Случай 1* и убедитесь в совершенстве его формулировки; потом скопируйте его и сделайте минимальные поправки, необходимые для получе-

¹⁸ Эта неправильная орфография слова *параллельный* (проклятие, опять!) является печальным последствием усвоения мною орфографии имени *A. Mas-Colell* (по моим оценкам, соотношение неправильных написаний этого имени к правильным является одним из самых высоких в экономической науке). Правильно пишите имена! *Dupont* не хочет быть спутанным с *Dupond* не в меньшей степени, чем *Schulze* принятым за *Schulze. Hernandez* и *Fernandez* — два разных человека. *Thompson* очень привязан к своей букве «р», но я точно знаю, что *Thomson* в этой букве не нуждается.

¹⁹ Начинайте слово «теорема» с большой буквы, когда вы упоминаете определенную теорему, как «Теорема 1» выше, но не в предложении типа: «Начинайте слово «теорема» с большой буквы, когда вы ...». Это правило распространяется на утверждения, разделы и т.д.

ния Случая 2. Сходство фразировки и формата будет недвусмысленно указывать вашему читателю, что, если он понял первую часть, он может пропустить вторую. Или, если он решит прочесть Случай 2, его маргинальные издержки будут очень низки.

Разделяйте доказательства на самостоятельно значимые единицы и идентифицируйте их. Применяйте отступы и двойные отступы, чтобы подчеркнуть структуру. Называйте и нумеруйте структурные единицы текста: Шаг 1, Шаг 2, Случай 1, Подслучай 1a, Подслучай 1b, Случай 2, Утверждение 1, Утверждение 2. Если доказательство достаточно сложное, давайте каждому шагу или утверждению заголовок, отражающий его содержание. Следите за тем, чтобы мы знали, является ли этот заголовок утверждением, которое вы будете доказывать, или интуитивным заключением, которого мы должны достичь сами:

Шаг 1: Область значений соответствия φ является компактной.

Утверждение 1a: область является ограниченной. Чтобы показать это ...

Утверждение 1b: область является замкнутой. Это следует из Леммы 1.

Шаг 2: Соответствие φ является полунепрерывным сверху.

Если шаги являются концептуальными единицами, представляющими самостоятельный интерес и если они используются в других частях статьи, а не принадлежат к последовательности аналогичных случаев, которые должны проверяться по очереди, называйте их леммами и формулируйте их раздельно. Если доказательство длинное, вам может потребоваться нумерация последовательных утверждений, из которых оно состоит. Тогда вы сможете ссылаться на их номера. К сожалению, это увеличивает сложность доказательства (я имею в виду его внешний вид). Если вы прибегаете к этому, нумеруйте только важные утверждения. Например, если вы заканчиваете предложение утверждением, которое появляется в качестве гипотезы в следующем предложении, а в других местах не используется, то присваивать ему номер не нужно.

Сосредоточьте все условия, необходимые для вывода, перед этим выводом, вместо того чтобы распределять их по обе стороны от него. Предположения появляются сначала и вместе. Не пишите «Если A и B,

то D , поскольку имеет место C » или «Если A и B , то D в силу C ». Вместо этого пишите «Если A, B и C , то D ». Особенno в длинных утверждениях полезно визуально отделить предположения от выводов словами «тогда», «мы имеем», или «из этого следует, что». Если вы пишете «Поскольку A, B, C и D », мы не будем уверены, имеете ли вы в виду «Поскольку A , то B, C и D » или «Поскольку A и B , то C и D », хотя технически первая интерпретация должна быть правильной.

Аналогично, математические утверждения обычно смотрятся лучше, когда все кванторы появляются вместе, предпочтительно вначале, вместо того чтобы быть распределенными по обе стороны от предиката. Например, вместо того чтобы писать «Для всех $x \in X$ мы имеем $x_i > y_i$ для всех $i \in N$ », пишите «Для всех $x \in X$ и всех $i \in N$, мы имеем $x_i > y_i$ ». Кстати, этот пример иллюстрирует конфликт между двумя рекомендациями, данными мною. Я только что советовал разделять математические выражения словами. Например, «для всех $i \in N$, $x_i > y$ » читается не так хорошо как «для всех $i \in N$ мы имеем $x_i > y_i$ », но формулировка « $x_i > y_i$ для всех $i \in N$ », в которой квантор по агентам стоит после неравенства, также позволяет достичь требуемого разделения, и при этом она короче.

Точно указывайте, какие предположения или какие части предположений необходимы вам для каждого шага. Не пишите «из приведенных предположений следует, что функция f является возрастающей», если для доказательства возрастания функции f вам нужны только *некоторые из* приведенных предположений. Пишите: «Из Предположений 3 и 4 следует, что функция f возрастает». Еще лучше, если вам не нужна Часть (i) Предположения 4, пишите: «Из Предположения 3 и Части (ii) Предположения 4 следует, что функция f возрастает». Аналогично, если Теорема 3 следует из Леммы 1 и 2, покажите нам точно, каким образом это происходит. Не пишите: A и B влечут C и D , если на самом деле « A влечет C и B влечет D ». При небольших дополнительных затратах на набор текста, вы можете быть намного точнее. Когда вы цитируете теорему, будьте настолько точны, насколько это возможно. Ссылайтесь на книгу, которая у большинства ваших читателей скорее всего есть или они с нею знакомы. Это особенно важно для теорем, существующих в нескольких формах; мы должны знать, какую версию вы используете. Кроме того, по-видимому следует цитировать английское издание известных книг, а не их перевод на ваш родной язык, даже если вы именно им

и пользовались. Таким образом, пишите: «по теореме Брауэра о неподвижной точке (Debreu 1959, p. 26) ...» Упоминание номера страницы будет весьма кстати.

Проверяйте независимость ваших предположений. Для каждого предположения в каждой теореме, проверяйте, можете ли вы далее обойтись без него. Не пишите: «При допущениях A , B и C , имеем D », если A и B вместе влекут C , или если A и B вместе влекут D .

Собрав игрушку для одной из моих дочерей, я обнаружил, что некоторые части остались в коробке. Либо они были запасными, либо я сделал что-то не так (я не скажу вам, какое из этих предположений оказалось верным, но в качестве подсказки упомяну, что запасных частей в коробку никогда не кладут). Аналогично, закончив доказательство, посмотрите в коробке, не осталось ли там лишних предположений. Возможно, вы сделали ошибку, а может быть, будете приятно удивлены, обнаружив, что на самом деле можете доказать свою теорему без предположения о дифференцируемости. Разве вы не будете взъярены, если ваш результат окажется применимым к решеткам Банаха (о существовании которых вы и не подозревали пару недель назад), тогда как вы полагали, что работаете в обычном n -мерном евклидовом пространстве?

Иногда вы не сможете показать, что определенное предположение необходимо для доказательства и в то же время не сможете завершить доказательство без него. Это некомфортная ситуация, которая должна не давать вам спать.

Та или иная гипотеза может быть объединением некоторых более простых предположений. В этом случае попытайтесь обойтись поочередно без каждого из ее элементов. Например, если вы показали, что «при компактности множества X справедливо C », то не ограничивайтесь проверкой этого факта без предположения о компактности — в этом случае C скорее всего не будет выполняться. Вместо этого, проверьте, не выполняется ли C при ограниченности или при замкнутости множества X .

Анализируйте все возможные варианты ваших результатов. Если вы доказали, что « A и B совместно влекут C », не ограничивайтесь этим утверждением. Проверьте, справедливы ли аналогичные утверждения, если A заменить на похожие условия A' , A^0 и A^* , или B заменить на B' и B^* , или C заменить на C^0 . Знания одного лишь утверждения P недостаточно. Отыщите как можно больше утверждений, сходных с P и

также справедливых, и утверждений, сходных с P и не выполняющихся. Знание множества как истинных, так и ложных утверждений, близких к доказываемому вами, столь же полезно, как и знание самого доказываемого утверждения. А может быть, и более полезно. Прокомментируйте основные варианты своей теоремы, но оставьте наименее важные при себе.

Не показывайте читателю (слишком много) шагов. Приводите только законченные рассуждения. Некоторые этапы доказательства могут содержать стандартные манипуляции и отвлекать от вашей основной темы. Возможно, они должны быть вынесены за пределы статьи, в приложение. Однако не устранийте их совсем. Ваш читатель может быть не знаком с рассуждением, которое лично вы видели и производили сотни раз. Наличие возможности оценить масштабы этапа доказательства и узнать названия известных теорем, на которых он основан, помогает читателю проверить свое понимание логики ваших рассуждений, даже если он (читатель) не читал доказательства во всех деталях. Вообще, мне не нравится относить слишком большую часть работы в приложения. Когда я в первый раз просматриваю статью, я все равно пропускаю большую ее часть, и если я решаю изучить ее более серьезно, меня раздражает необходимость постоянно обращаться то к основному тексту, то к приложению.

Если этап доказательства представляется вам очевидным, изучите его снова. Не думайте, что вы могли допустить ошибки обязательно в трудных частях ваших доказательств (точнее — в тех частях, которые вы считаете трудными). Ошибки вполне могут «спрятаться» в местах, которые вы считаете простыми, из-за вашей чрезмерной веры в себя. После завершения своей статьи, внимательно просмотрите все места употребления слов «ясно» и «очевидно» и проверьте, является ли то, что вы объявили ясным и очевидным, хотя бы истинным.²⁰

Числовые примеры не всегда полезны. Принято думать, что числовые примеры обеспечивают простое введение к сложным доказательствам. Это справедливо только в том случае, если примеры выбраны удачно. Обычное алгебраическое выражение обладает тем преимуществом, что оно напоминает нам о логике рассуждения. Если, для конкрет-

²⁰ Однако, не делайте из этого вывод, что простое изъятие слов «ясно» и «очевидно» обязательно устранит все ваши ошибки.

тизации идей, вы выбираете $x_1 = 1$ и $x_2 = 8$, то число 9 будет обозначать сумму $x_1 + x_2$, но может оказаться полезным помнить о его происхождении; так что, вместо этого пишите «1 + 8» или «9 (= 1 + 8)». Выражение $x_1 + x_2$ часто предпочтительнее. В игре с тремя игроками запишите количество коалиций в виде $2^3 - 1$; нас не очень волнует, что это число равняется 7.

Также, используя числовые примеры вместо алгебраических обозначений, вы теряете след единиц измерения. Проверка правильности выражений становится сложнее.

Когда вы варьируете параметр, в результате чего доход 1-го агента изменяется с 5 до 7, а доход 2-го агента — с 8 до 5, вскоре станет сложно помнить, какие доходы являются первоначальными, какие — последними, чей доход был равен 5 и когда. Если вы используете хорошо подобранные алгебраические обозначения, например, называя доходы I_1 и I_2 до изменений и I'_1 и I'_2 после изменений, то ваш читатель не запутается.

Если вы настаиваете на использовании чисел, выбирайте их так, чтобы любые производимые вами операции не делали их слишком сложными. Если вы будете делить x_1 на 2, возьмите для x_1 четное число; если вы будете извлекать квадратный корень, не выбирайте $x_1 = 10$. На самом деле, я беру свои слова обратно. Все зависит от ситуации: если первоначально доходы составляют 5 и 7, а потом уменьшаются вдвое, то после изменения они составят $5/2$ и $7/2$. С использованием дробей проще помнить, что это новые величины. Если бы эти числа были четными, у вас возник бы соблазн произвести деление и снова получить натуральные числа — тогда новые величины было бы сложно отделить от старых.

При заполнении матрицы выигрышней выражайте все выигрыши целыми числами от 0 до 9, так чтобы вам не потребовалось разделять их запятыми. В каждой клетке матрицы выигрышней вы можете также написать выигрыши «строчного» игрока несколько выше, чем выигрыши «столбцовогого» игрока.

В большей степени, чем числовые примеры, полезны примеры с небольшим количеством агентов, небольшим количеством товаров и отсутствием производства. Тогда вы можете сэкономить на индексах, использовать ящик Эджуорта, и в своем доказательстве вы сможете обращаться к теореме о среднем, а не к общей теореме о неподвижной

точке. По той же причине общие рассуждения иногда проще понять, чем их применение к конкретным ситуациям: проще понять, почему конкурентное равновесие является эффективным по Парето, когда доказательство представлено для общего случая, а не для примера Кобба-Дугласа. Из выводов для частного случая мало что можно усвоить.

Аналогично, иллюстрация общего феномена с помощью упрощенного геометрического примера более информативна, чем развернутые рассуждения, основанные на частном числовом примере. Причина в том, что может оказаться сложным определить, какие аспекты числового примера важны для данного феномена. Например, чтобы доказать, что в экономике, описываемой ящиком Эджуорта, может существовать несколько вальрасовских равновесий, достаточно примера, где предпочтения представлены несколькими кривыми безразличия для каждого из двух агентов. Конечно, нескольких кривых безразличия недостаточно, чтобы составить карту предпочтений, и вам придется полагаться на опыт читателей в обращении с этими картами, необходимый для мысленного завершения вашего примера или для убеждения в возможности такого завершения. Альтернатива для вас — привести полные карты, что в большинстве случаев может быть сделано путем представления точных числовых данных. Эти представления в большинстве случаев будут довольно сложными и, хотя вы несомненно сможете доказать свой тезис, я уверен, что они затруднят понимание обстоятельств, при которых имеется несколько равновесий.

Если вы хотите дать имена агентам, делайте это так, чтобы облегчить понимание. Если вы считаете, что нумерация агентов от 1 до 4 выглядит слишком сухой для описания примера, попробуйте дать им реальные имена, но выбирайте их осторожно, чтобы было проще помнить, кто есть кто. Назвать их Боб, Кэрол, Тэд и Элис будет мило, но скорее всего непродуктивно. Тэд определенно выпадает из этой группы. Кроме того, они должны быть расположены в алфавитном порядке: Элис, Боб, Кэрол и Двейн — вот ваши четыре потребителя.

В честь одного знаменитого писателя, я долгое время хотел называть агентов 1 и 2 именами *Qfwfq* и *Xlthlx*, но что в действительности легче запомнить — что *агент 1* владеет *товаром 1* и *агент 2* владеет *товаром 2*, или что *Qfwfq* владеет яблоками, а *Xlthlx* — апельсинами?

Кстати, на семинаре избегайте ассоциаций из области культуры, которые неизвестны большей части вашей аудитории. Однако не пы-

тайтесь избегать подобных ассоциаций вовсе — из боязни, что некоторая часть вашей аудитории может их не понять. Иногда будет непросто принять решение. Неужели вы думаете, что из страха огорчить читателей, не знающих французского языка, я должен был не поддаваться искушению процитировать фразу «*Erreur, tu n'es pas un mal*», тем самым лишая остальных этой красивой максимы? Какой из критериев теории общественного выбора применим в данном случае?²¹

Не сводите два или три похожих утверждения в одно, указывая варианты в скобках. Рассмотрим следующее определение: «Функция $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ убывает (возрастает, не убывает), если для всех $x, y \in \mathbf{R}$ при $x > y$ мы имеем $f(x) < f(y)$ (соответственно $f(x) > f(y); f(x) \geq f(y)$)».

Единственный способ убедиться, что мы понимаем это тройное определение — прочитать его три раза (один раз для убывающей, один — для возрастающей и один — для неубывающей функции), хотя оно весьма простое. Более сложные утверждения в подобном формате требуют мыслительных упражнений, которые будут без надобности утомлять нас. Просто переформулируйте все утверждение во всех различных формах, которые вам нужны. Я также сильно затрудняюсь с «и/или» (или может быть, «или/и»?).

Не начинайте предложение с математических обозначений. Редакторы журналов сразу пометят такое место красным карандашом. Действительно, это выглядит некрасиво, особенно если обозначения в нижнем регистре. « x обозначает распределение» — выглядит не очень хорошо. «*I* есть множество индивидов» уже не так плохо, поскольку *I* в верхнем регистре (но какая грамматическая провокация!) Редакторы предпочутут фразу: «Пусть x обозначает распределение».

Будьте последовательны в вашем литературном стиле. Не переключайтесь с первого лица единственного числа на первое лицо множественного числа и на формы страдательного залога. Если, например,

²¹ Однажды я применял имена Боб и Кэрол, Тэд и Элис на семинаре, объясняя теорию паросочетаний, и один из слушателей заметил, что этим я показываю свой возраст! К сожалению, я был недостаточно быстр — опять-таки, показывая свой возраст — чтобы ответить, что, поняв, что я показываю свой возраст и отмечая это, он показывал свой возраст! Хотя, он был прав. Я недавно спрашивал своих аспирантов, понимают ли они эту аллюзию. Никто из них не понял. При этом «Боб, Кэрол, Тэд и Элис» (так назывался фильм) появился совсем недавно (30 лет назад, если быть точным)! Отныне я буду использовать этот пример, только читая лекции в домах престарелых.

вы пишете: «В разделе 3 я покажу, что равновесие существует. В разделе 4 мы установим единственность. Чтобы доказать эти результаты, предполагается, что отношения предпочтения строго выпуклы и имеют бесконечно дифференцируемые числовые представления. Для доказательства основной теоремы нужно сослаться на теорему Брауэра о неподвижной точке. Разделом 5 завершается статья», то ваши читатели подумают, что вы нуждаетесь в психиатрической помощи. Вы — это «я» или «мы»? Не потому ли, что эти предположения смущают вас, вы внезапно скрываетесь за страдательным залогом? Поверьте мне, все мы когда-либо принимали спорные предположения. И почему вы позволяете Разделу 5 завершать статью, если вы сами завершили работу? Страдательный залог представляется мне неуклюжим, и я советую заменять его другими формами. Употребление местоимения «я», возможно, является слишком личным. Из «я» и «мы» я выбираю «мы», но если вы выберете «я», мы будем уважать ваш выбор.²²

Аналогично, не переходите с настоящего времени на будущее и наоборот. Не пишите: «Во-первых, я доказываю существование. Затем я буду применять теорему к экономикам обмена. Я заканчиваю перечислением нерешенных вопросов». В большинстве случаев использование настоящего времени на всем протяжении работы, даже при описании предшествующей литературы, вполне приемлемо.

Выберите пол для своих агентов раз и навсегда. Бросьте монету. Если это мальчик, радуйтесь! Если это девочка, радуйтесь! И не подвергайте их операциям по перемене пола в каждом абзаце.²³ Игры с двумя игроками прекрасно подходят для утверждения равенства полов. Сделайте одного игрока мужчиной, другого женщиной. Это действительно облегчит разговор об игре и поможет вашему читателю сохранять ясность мыслей. Это также спасет вас от неуклюжих оборотов «он или она», «его или ее»! В качестве альтернативы вы можете говорить об аген-

²² Как читателю, мне больше нравится местоимение «я», которое в большей степени «вовлекает», но я не считаю удобным использовать его в научных статьях. Я использую это местоимение здесь только в силу неформального стиля, который я выбрал для этой статьи. Парадоксально, но «мы» — менее защищенная (закрытая) форма, чем «я». «Мы» может также интерпретироваться как «вы и читатель», которого вы как бы берете с собой, но тогда будьте осторожны, если вы говорите о «наших предыдущих работах».

²³ Однако в книге чередование мужского и женского пола в различных главах может быть приемлемым.

так во множественном числе или «сделать» одного из них фирмой и говорить о нем как о неодушевленном предмете.

Будьте последовательны при выборе индексов. Если $N = \{1, \dots, n\}$, не чередуйте написание «для всех $i \in N$ » или «для всех $i \in \{1, \dots, n\}$ », или «для всех $i = 1, \dots, n$ ». Выберите одну форму и придерживайтесь ее. К примеру, в большинстве случаев нумерация множества агентов очевидна. Пропустите ее и напишите «для всех i ». Это позволит уменьшить плотность символов. Однако в общем случае полезно точно указывать элементы множества. Например, вместо «Существует z , для которого ...» пишите «Существует $z \in Z$, для которого...». Поэтому, по соображениям последовательности стиля и эстетики, когда все остальное точно квантифицировано, меня несколько беспокоит, когда я не вижу указания принадлежности для множества агентов, даже если вполне очевидно, что они принаследуют N , а не свалились с Марса. Так что, вместо «Для всех i , таких что ...», я бы написал «Для всех $i \in N$, таких что ...»

Не помещайте кванторы в середине предложений. Такое предложение:

«Бла, бла, бла, x , таких что $P(x)$, бла, бла, бла $\exists y$, такие что $Q(x, y)$ и бла, бла, бла»

выглядит не очень хорошо. Пишите «для всех» и «существует». Если математические выражения, которым предшествуют кванторы, достаточно сложны, отделяйте их от текста и вынесите на отдельные строки:

«Бла, бла, бла, ..., бла, бла,
 x , таких что $P(x)$, бла, бла, бла $\exists y$, такие что $Q(x, y)$,
и бла, бла, бла».

Кванторы всегда должны быть недвусмысленными. Помните также, что отрицание правильно написанного математического выражения без скрытых кванторов является тривиальной операцией.

Единственные математические символы, которые не раздражают меня в тексте, — это \leq , \subseteq и \in (и прочие символы подобного типа, такие как строгие неравенства, строгие включения, выражения предпочтения, ...), читаемые как предлоги или глаголы.

Предложение: «Бла, бла, бла, поскольку $x \leq y$, и $x \in A$, и поэтому, бла, бла, бла, f непрерывна» выглядит неплохо.

Э ситуации, в которых удобно писать кванторы один раз и²⁴. Например, вы можете начать доказательство, написав: «Далее S обозначает произвольный элемент Σ ». Тогда требование, чтобы функция $F: \Sigma \rightarrow \mathbf{R}^2$ удовлетворяла условию «для всех $S \in \Sigma, F(S) > 0$ » может быть записано в виде:

Положительность: $F(S) > 0$.²⁵

Ясно указывайте конец доказательств. Используйте метку QED (*quod erat demonstrandum*) или значок Халмоса (я полагаю, *quod erat quadrandum*²⁶). Уберите лишнюю фразу «Это завершает доказательство», предшествующую символу в вашем черновике.

6. Заключение

Если вы последуете всем вышеизложенным рекомендациям, вы не только будете удовлетворены сами, но и ваши слушатели на семинарах будут знать больше, вы произведете впечатление на своих товарищей по группе, родители будут гордиться

²⁴ См. выше о манере начинать предложения с математических обозначений. Когда я писал, что вы не должны ставить кванторы в середине предложения, я должен был сказать: не ставьте их ни в каком месте предложения.

²⁵ Или « $F > 0$ ». Кстати, не ставьте номера сносок в конце математических выражений, поскольку они будут выглядеть как показатели степени. Размещение их после знака препинания, как того требуют типографские правила и как я сделал здесь, помогает сохранить ясность, хотя иногда логика требует, чтобы номер сноски стоял после слова внутри предложения. Сравните номер этой сноски с номером предыдущей: положение предыдущего номера не создало никакой двусмысленности — я уверен, вы не думаете, что я хотел было возвести квантор всеобщности в степень. И все же, он смотрится не очень хорошо. Та же проблема возникает с символами кавычек. Я только что написал « $F > 0$ ». По правилам должно быть « $F > 0$ ». Это согласуется с логикой, если вы трактуете все предложение, включая завершающую его точку, как что-то единое. В других контекстах будет обсуждаться именно требование « $F > 0$ », но здесь (учитывая также, что кавычки могут иногда выглядеть немного похожими на два штриха), я признаю, что поместить их после требуемого знака препинания будет лучше, так что ссылайтесь на условие « $F > 0$ », которое было доказано в Разделе 2.

²⁶ *Circulus?* Как насчет маленького кружочка, указывающего начало доказательства, в сочетании с маленьким квадратиком, завершающим его?

вами, и вы получите работу на одной из лучших кафедр. Но самое главное — ваш научный руководитель будет счастлив. Я с готовностью признаю, что каждая из этих рекомендаций сама по себе не слишком ценна. Однако, небольшие недостатки, когда они складываются вместе, переводят вашу работу за грань, отделяющую работы, которые можно понять, от работ, которые понять невозможно. Здесь работает архимедов принцип. Вы потеряете внимание своих читателей или своих слушателей на семинарах намного раньше, чем это могло бы случиться. Да и сами вы съитесь с толку.

Не обольщайтесь: очень немногие из ваших читателей найдут время для того, чтобы полностью разобраться в вашей статье, и значительная часть вашей аудитории на семинаре не будет иметь ни малейшего представления, о чем вы говорите, когда вы будете еще на полпути. Так что следует пользоваться любой мелочью, которая поможет удержать внимание немногих еще на некоторое время.

Если вы привыкли к определенным системам обозначений, терминологии или к способам построения доказательства, они наверняка представляются вам самыми лучшими, и возможно, единственными, достойными внимания. Вы должны быть открытыми и охотно экспериментировать с другими формулировками. Только тогда вы сможете решить, что действительно является наилучшим. Первые несколько раз, когда вы будете использовать новые обозначения, новый термин или новый формат, они будут казаться вам странными. Но дайте им шанс.

Дайте пройти некоторому времени между переработками. Если ваша статья столь хорошо знакома вам, что вы по сути знаете ее наизусть, вы никогда не обнаружите своих ошибок. Необходимо, чтобы она некоторое время полежала в столе. Когда вы возьмете ее в руки снова, вы будете смотреть на нее свежим взглядом, и он сразу же откроет вам, где можно ее улучшить.

Хорошее произведение требует переписывания и еще раз переписывания. Если после многих черновиков ваша статья стала похожей на гладкий и блестящий кристалл, который уютно помещается в вашу ладонь, угостите себя коробкой бельгийско-

го шоколада. И если вы нашли эти рекомендации полезными, приберегите такую же коробку и для меня!

7. Рекомендуемая литература

Когда я начал давать эту статью рецензентам, некоторые из них предоставили мне ссылки на аналогичные педагогические статьи, написанные математиками. Я рад сообщить, что их рекомендации не всегда противоречат моим. Я нашел особенно полезной работу *Nicholas Higham* (1993). Часто и заслуженно цитируется статья *Paul Halmos* в сборнике под ред. *Norman Steenrod et al.* (1983). Прекрасно также пособие *Leslie Lamport* (1986), (я даже готов простить автору его максиму «Все аксиомы глупы»). Хорошо известное общее пособие по стилю — *William Strunk & Edmund White* (1979). Неоценимый источник — *Merriam-Webster Dictionary of English Usage*, и я испытываю также нежные чувства к *American Heritage Dictionary of the English Language*. Пример прекрасно написанного текста — монография *Gerard Debreu* (1959).

Литература

- American Heritage Dictionary*. 1992, Houghton Mifflin Company, Third Edition.
- Bachelard, Gaston, 1938 *La Formation de l'Esprit Scientifique*.
- Chicago Manual of Style*. 1993. Fourteenth edition, Chicago and London: U. Chicago Press,
- Debreu, Gerard. 1959, *Theory of Value*. New York: Wiley.
- Goldman, William, 1973. *The Princess Bride*. Balentine Books.
- Higham, Nicholas J 1993 *Handbook for the Mathematical Sciences*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Lamport, Leslie. 1986. *LaTeX*, Addison-Wesley Publishing Company.
- Merriam-Webster's Dictionary of English Usage*. 1994. Springfield, MA: Merriam-Webster Inc.

- Steenrod, Norman E.; Paul R. Halmos, Menachem M. Schiffer, and Jean A. Dieudonne. 1983. *How to Write Mathematics*. Rhode Island: American Mathematical Society.
- Strunk, William and Edmund B, White. 1979. *The Elements of Style*, New York: Macmillan Co.
- Zinsser, William. 1988. *Writing to Learn*. Harper and Row.

ПРЕДПУБЛИКАЦИИ

A. П. Заостровцев

**«Общественный выбор»
Денисса Мюллера**

(О книге Денисса Мюллера «Общественный выбор III»*)

Читатели изданий «Экономической школы» должны быть неплохо знакомы с теорией общественного выбора. Впервые некоторые ее постулаты и концепции были представлены в пятом выпуске одноименного журнала.¹ Затем эти же материалы вошли во второй том «50 лекций по микроэкономике».² В результате наш читатель одним из первых в стране познакомился с проблемами коллективного выбора, теорией поиска ренты, поведения бюрократии, узнал о «провалах государства». Кроме того, он смог прочитать материал о творчестве «отца-основателя» теории общественного выбора Джеймса Бьюкенена и о виргинской школе политической экономии.

«Аналитическое приложение» тоже с первого своего выпуска уделяет значительное внимание этой теории. Так, в первом выпуске была подробно рассмотрена теория бюрократии американского экономиста Вильяма Нисканена, представлена его исследовательская деятельность и не совсем обычная для академического исследователя карьера.³

* Mueller D.C. Public Choice III. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.

¹ Экономическая школа. Журнал-учебник. 1999, вып. 5.

² 50 лекций по микроэкономике: В 2-х т. СПб.: Экономическая школа, 2000. Т. 2.

³ Экономическая школа. Аналитическое приложение. 2002. 1(1). С. 148–180.