ЧАСТЬ IV
РЫНКИ БЛАГ

4.1 ЗАДАЧИ

ЗАДАЧА № 1

Производственная функция фирмы

$q = 2 \cdot (x_1 - 5)^{0.5}(x_2 - 10)^{0.3}, \qquad x_1 > 5, \ x_2 > 10.$

а) В коротком периоде второй ресурс фиксирован на уровне $x_2 = 20$, цена на продукт фирмы сложилась на уровне $P = 6$. Определить объем предложения фирмы и прибыль.

б) Рыночный спрос $Q^D = 10\,000 - 1000P$. Определить число фирм, действующих на рынке в длительном периоде.

ЗАДАЧА № 2

Функция предельных затрат фирмы-монополиста $\mathrm{MC}(Q) = 10 + 2Q$. Найти объем выпуска, максимизирующий прибыль, и соответствующую цену для следующих вариантов спроса:

а) $P^D(Q) = 50 - Q$;

б) $P^D(Q) = 60 - 4Q$;

в) $P^D(Q) = 70 - 2Q$;

г) $P^D(Q) = 80 - 6Q$.

ЗАДАЧА № 3

а) Допустим, что прибыль монополии достигает максимума при цене 25; объем выпуска при этом равен 10, а предельные затраты равны 15. Приведите пример функции спроса, для которой выполняются эти условия.

б) Пусть прибыль монополии достигает максимума при цене P, при этом объем выпуска равен Q и значение предельных затрат $\mathrm{MC}(Q) < P$. Докажите, что существует спрос, при котором выполняются эти условия.

ЗАДАЧА № 4

Фирма имеет предельные затраты $MC(q) = 2.5q$.

а) Найти объем предложения фирмы в условиях совершенной конкуренции при цене $P = 50$.

б) Найти объем предложения и цену, если эта же фирма является монополистом на рынке с функцией спроса:

$$Q^D(P) = 30 - 0.4P.$$

ЗАДАЧА № 5

В состав фирмы входят несколько заводов. Зная функцию общих затрат каждого из них, $TC_i(q_i)$, найти функцию общих затрат фирмы для следующих вариантов ее состава:

а) n одинаковых заводов с функциями затрат

$$TC_i(q_i) = 100 + 10q_i + q_i^2, \quad i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n;$$

б) два завода с функциями затрат

$$TC_1(q_1) = 100 + 10q_1 + q_1^2; \quad TC_2(q_2) = 200 + 10q_2 + 0.25q_2^2;$$

в) два завода с функциями затрат

$$TC_1(q_1) = 100 + 10q_1 + q_1^2; \quad TC_1(q_1) = 100 + 5q_2 + 0.25q_2^2.$$

ЗАДАЧА № 6

Многозаводская монополия в длительном периоде может вводить новые заводы и ликвидировать существующие, приспосабливаясь к условиям спроса.

Пусть средние затраты отдельного завода описываются функцией $AC_i(q_i) = 100/q_i + 10 + q_i$, где q_i — объем производства отдельного завода. Построить функцию средних затрат фирмы $LAC(Q)$, где Q — объем производства фирмы.

ЗАДАЧА № 7

Фирма-монополист имеет в своем составе 100 заводов и находится в состоянии равновесия длительного периода на рынке с линейной функцией спроса.

Сколько заводов действовало бы на этом рынке, если бы каждый был самостоятельной конкурентной фирмой?

ЗАДАЧА № 8

Монополия встречается со спросом, описываемым функцией:

$$Q^D = 1 - \sqrt[3]{P - 1}.$$

Найти функцию предельной выручки, построить ее график. В чем особенность функции предельной выручки в данном случае?

ЗАДАЧА № 9

Фирма продает товар на изолированном внутреннем рынке, где она является монополистом, и на мировом рынке, в условиях совершенной конкуренции. Спрос на внутреннем рынке описывается функцией $P_I^D(Q_I) = 60 - Q_I$ (индекс I относится к внутреннему рынку), на мировом рынке сложилась цена $P_W = 30$ (индекс W относится к мировому рынку). Предельные затраты фирмы $\mathrm{MC}(Q) = 10 + 0.5Q$. Найти цену равновесия на внутреннем рынке, объемы продаж фирмы на мировом и внутреннем рынках.

ЗАДАЧА № 10

Многозаводская монополия имеет в своем составе m заводов и осуществляет ценовую дискриминацию на n сегментах рынка. Доказать, что рациональное распределение объема производства между заводами $(q_1, q_2, ..., q_m)$ и объема продаж между сегментами рынка $(Q_1, Q_2, ..., Q_n)$ удовлетворяет условию

$$\mathrm{MC}_1(q_1) = \mathrm{MC}_2(q_2) = ... = \mathrm{MC}_m(q_m) =$$
$$= \mathrm{MR}_1(Q_1) = \mathrm{MR}_2(Q_2) = ... = \mathrm{MR}_n(Q_n),$$

где $\mathrm{MC}_i(q_i)$ — предельные затраты i-го завода, $\mathrm{MR}_j(Q_j)$ — предельная выручка на j-м сегменте.

ЗАДАЧА № 11

Фирма-монополист имеет функцию затрат $TC(Q) = 4Q$ и реализует продукцию на рынке, подразделенном на два сегмента. Спрос каждого сегмента задан функциями

$$Q_1^D(P) = 100 - 5P; \qquad Q_2^D(P) = 150 - 15P.$$

а) Найти предельную выручку фирмы как функцию объема продукта для двух вариантов: (i) продукт продается на рынке по единой цене; (ii) продукт на различных сегментах продается по разным ценам.

б) Определить (i) объем продаж, цену и прибыль монополиста при продаже товара по единой цене; (ii) объемы продаж, цены на сегментах и прибыль монополиста, осуществляющего ценовую дискриминацию.

ЗАДАЧА № 12

Фирма с функцией общих затрат $TC(q) = 100 + 20q + q^2$ встречается со спросом, описываемым функцией

$$Q^D(P) = \frac{N}{10\,000} \cdot (80 - P), \quad \text{где } N \text{ — число покупателей.}$$

1. При каком числе покупателей фирма может безубыточно действовать на данном рынке?

2. При каком числе покупателей фирма будет естественной монополией?

3. При каком числе покупателей эта естественная монополия будет безубыточной при установлении цены ее продукта на уровне предельных затрат?

ЗАДАЧА № 13

В дуополии Курно предельные затраты фирм равны $MC_1(q_1) = 10 + 2q_1$, $MC_2(q_2) = 20 + q_2$, рыночный спрос описывается обратной функцией $P^D(Q) = 100 - 3Q$.

а) Найти функции реагирования каждой фирмы на выбор конкурента.

б) Найти объемы выпуска каждой фирмы, рыночный объем сделок и цену в состоянии равновесия.

в) Задавшись произвольными начальными объемами выпуска фирм, рассчитать динамику объемов и цен. Принять, что каждая фирма в пределах одного периода не меняет своего решения, а в последующем периоде обе фирмы принимают новые решения исходя из своих функций реагирования.

ЗАДАЧА № 14

Олигополия Курно включает три фирмы с функциями затрат $TC_i(q_i) = c_i q_i$, $c_1 = 10, c_2 = 20, c_3 = 30$. Найти равновесные значения цены, рыночного объема сделок и объемов выпуска каждой фирмы, если спрос описывается функцией

а) $P^D(Q) = 100 - 0.5Q$;

б) $P^D(Q) = 48 - 0.5Q$.

ЗАДАЧА № 15

Какие значения может принимать эластичность спроса в точке равновесия а) монополии; б) дуополии Курно; в) олигополии Курно из n фирм?

ЗАДАЧА № 16

а) Олигополия Курно состоит из трех фирм с функциями затрат $TC_i(q_i) = c_i q_i$, причем $c_1 = 18$, $c_2 = 20$, $c_3 = 22$; спрос описывается функцией $Q^D(P) = 10\,000/P^2$. Найти равновесную цену, объем сделок и объемы выпуска каждой фирмы.

б) Решить ту же задачу для случая $c_1 = 15$, $c_2 = 20$, $c_3 = 25$.

ЗАДАЧА № 17

Рыночный спрос описывается функцией $P^D(Q) = 100 - 0.1Q$. Каждая действующая на рынке фирма имеет предельные затраты $MC_i = 40$. Найти объемы производства каждой фирмы, рыночные объемы продаж и цены в следующих структурах:

а) на рынке действует единственная фирма;

б) на рынке действуют две фирмы в условиях модели Курно;

в) на рынке действуют две фирмы, одна из которых является лидером (в смысле Штакельберга), другая — ее последователем;

г) на рынке действуют три фирмы, одна из которых является лидером по отношению к остальным, а оба ее последователя принимают решения независимо друг от друга;

д) на рынке действуют три фирмы, одна из которых является лидером по отношению к остальным, другая — последователем первой и лидером по отношению к третьей, а третья — последователем первой и второй.

ЗАДАЧА № 18

На рынке с закрытым входом действуют доминирующая фирма и ее конкурентное окружение. Рыночный спрос описывается функцией $Q^D = 7000 - 10P$, предложение конкурентного окружения — функцией $Q^S = -1250 + 2.5P$. Предельные затраты доминирующей фирмы — постоянная величина: $MC = c = \text{const}$. Определить функцию остаточного спроса на продукцию доминирующей фирмы; найти значения равновесной цены и объемов продаж доминирующей фирмы и конкурентного окружения при следующих значениях предельных затрат доминирующей фирмы: а) $c = 400$; б) $c = 360$; в) $c = 330$; г) $c = 320$; д) $c = 280$; е) $c = 250$.

ЗАДАЧА № 19

На рынке монополистической конкуренции действует фирма с функцией общих затрат $TC(q) = 100 + 10q + q^2$. Спрос на ее продукцию в коротком периоде описывается равенством $Q^D(P) = 92 - 2P$. Найти цену, по которой фирма продает продукт, объем выпуска и прибыль фирмы.

ЗАДАЧА № 20

На рынке монополистической конкуренции действуют фирмы с одинаковыми функциями общих затрат $TC(q) = 100 + 10q + q^2$. Спрос на рынке описывается равенством $Q^D(P) = 4600 - 100P$. Найти число фирм, действующих на рынке в длительном периоде, объем выпуска каждой из них и цену равновесия. Сравнить величину средних затрат с их минимальным возможным значением.

ЗАДАЧА № 21

Фирма с функцией общих затрат $TC(q) = 100 + 10q + q^2$ действует на рынке монополистической конкуренции. Эластичность спроса на ее продукцию равна 5 (по абсолютной величине). Определить объем продаж и цену продукции в состоянии равновесия длительного периода.

ЗАДАЧА № 22

На концах линейного города (модель Хотеллинга) длиной 5 расположены две фирмы, имеющие функции затрат $TC_1(q) = 30q$ и $TC_2(q) = 60q$. Для жителя, удаленного от фирмы, товар которой он покупает, на расстояние x, затраты на доставку продукта оцениваются величиной tx. Спрос на продукт абсолютно неэластичен и равен 1 на единицу длины. Определить равновесные цены товара каждой фирмы и прибыли фирм, если а) $t = 10$; б) $t = 4$; в) $t = 1$. Какие выводы можно сделать из сопоставления результатов?

4.2 РЕШЕНИЯ

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ № 1

а) Оптимум фирмы в коротком периоде достигается при том уровне выпуска, при котором выполняется равенство $\mathrm{SMC}(q) = P$. При решении задачи ⟨Производство, 4 части III⟩ определена функция $\mathrm{SMC}(q) = 0.1256q$. Из равенства $0.1256q = 6$ находим $q = 47.773$. Выручка фирмы $\mathrm{TR} = Pq = 6 \cdot 47.774 = 286.64$. Общие затраты фирмы в коротком периоде $\mathrm{STC}(q) = 85 + 0.062797q^2 = 228.32$. Прибыль фирмы $\pi = 286.65 - 228.32 = 58.32$.

б) Равновесие совершенно конкурентного рынка в длительном периоде достигается при цене, равной минимуму средних затрат каждой фирмы: $P = \min \mathrm{LAC}(q) = 4.544$; при этом предложение каждой фирмы определяется эффективным масштабом производства $q_e = 49.520$. Рыночный объем предложения равен объему спроса: $Q = 10\,000 - 1000 \cdot 4.544 = 5456$. Отсюда число действующих фирм $N = Q/q_e \approx 110$.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ № 2

а) Предельная выручка монополиста $\mathrm{MR} = 50 - 2Q$; условие $\mathrm{MR} = \mathrm{MC}$ принимает конкретный вид $50 - 2Q = 10 + 2Q$, откуда $Q = 10$, и по условиям спроса $P = 40$.

Аналогично б) $Q = 5$, $P = 40$; в) $Q = 10$, $P = 50$;

г) $Q = 5$, $P = 50$.

Обратите внимание на то, что в вариантах а) и б) при одинаковых ценах монополист выпускает разные объемы продукта точно так же, как в вариантах в) и г); с другой стороны, в вариантах а) и в) монополист выпускает одинаковые объемы продукта, но продает их по различным ценам, так же как в вариантах б) и г).

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ № 3

а) Если функция спроса линейна, обратная функция спроса имеет вид $P^D = a - bQ$, а предельная выручка монополии при этом равна $MR = a - 2bQ$ и совпадает с предельными затратами: MR = MC. Таким образом, из условий задачи следует система равенств

$$25 = a - 10b; \qquad 15 = a - 20b.$$

Решение системы: $a = 35$, $b = 1$, так что обратная функция спроса $P^D = 35 - Q$; прямая функция спроса равна $Q^D = 35 - P$.

Можно построить и другой пример. Допустим, что спрос имеет постоянную эластичность η, т. е. описывается степенной функцией $Q^D = 10 \cdot (25/P)^\eta$. Так как в точке максимума прибыли монополии выполняется равенство

$$P \cdot \left(1 - \frac{1}{\eta}\right) = MC,$$

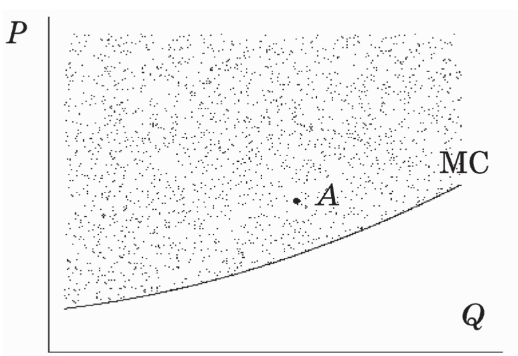
и из условий $P = 25$, $MC = 15$ находим: $\eta = 2.5$. Итак, $Q^D = 10 \cdot (25/P)^{2,5}$.

б) По аналогии с предыдущим пунктом покажем, что существует, в частности, линейная функция спроса, удовлетворяющая условиям. Для функции $P^D = a - bQ$ имеем систему уравнений

$$P = a - bQ; \qquad MC = a - 2bQ,$$

откуда

$$b = \frac{P - MC}{Q}; \qquad a = 2P - MC.$$



Комментарий. Решение задач 1 – 2 раскрывает смысл утверждения *«у монополии нет функции* (*кривой*) *предложения»*. На приведенном рисунке точка A —произвольная точка, расположенная выше кривой MC. Из решения последней задачи следует, что существует кривая спроса, проходящая через точку A и соответствующая максимуму прибыли монополиста. Таким образом, точки, соответствующие максимуму прибыли монополиста, покрывают всю область плоскости (Q, P), расположенную выше кривой предельных затрат.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ № 4

а) Из условия $P = \mathrm{MC}(Q)$ находим $Q = 20$.

б) Обратная функция спроса $P^D(Q) = 75 - 2.5Q$; отсюда $\mathrm{MR}(q) = 75 - 5q$ (в силу монопольного положения фирмы $Q = q$). Из равенства $\mathrm{MR}(q) = \mathrm{MC}(q)$, т. е. $75 - 5q = 2.5q$, находим $q = Q = 10$.

Комментарий. Сравнение решений задач а) и б) иллюстрирует значение структуры рынка, на котором действует фирма. В обеих ситуациях фирма продает свой продукт по одной и той же цене, $P = 50$, однако если она является монополистом, то производит меньшее количество продукта (в данном случае — в 2 раза), чем в случае конкурентного рынка. Можно показать, что это утверждение носит общий характер. Фирма-ценополучатель максимизирует свою прибыль при выполнении условия $\mathrm{MC} = P$, фирма-монополист — при условии $\mathrm{MC} = \mathrm{MR}$, причем $\mathrm{MR} < P$ в силу убывающего характера функции рыночного спроса. Обозначив MC_c и MC_m соответственно предельные затраты при максимизации прибыли в условиях конкуренции и монополии, приходим к выводу, что при одинаковой цене $\mathrm{MC}_m = \mathrm{MR} < P = \mathrm{MC}_c$. А так как предельные затраты — возрастающая функция выпуска, из $\mathrm{MC}_m < \mathrm{MC}_c$ следует, что при равенстве цен объем производства монополии меньше, чем объем выпуска фирмы на конкурентном рынке.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ № 5

а) По соображениям симметрии можно предположить, что объемы производства заводов одинаковы. Но равенство объемов производства заводов следует из того, что по условиям минимизации затрат фирмы на производство любого объема производства Q должны выполняться равенства $MC_1(q_1) = MC_2(q_2) = \dots = MC_n(q_n)$, откуда в данном случае следует что объемы производства заводов одинаковы и, следовательно, каждый из них равен $q_i = Q/n$, так что

$$TC_i = 100 + 10\frac{Q}{n} + \left(\frac{Q}{n}\right)^2, \qquad i = 1,\ 2,\ \dots,\ n.$$

Затраты фирмы равны сумме затрат всех заводов, так что

$$TC_i = 100n + 10Q + \frac{Q^2}{n}.$$

б) Из условия $MC_1(q_1) = MC_2(q_2)$ найдем распределение общего объема выпуска фирмы между заводами:

$$10 + 2q_1 = 10 + 0.5q_2,$$

откуда $q_2 = 4q_1$, а так как $Q = q_1 + q_2$, находим: $q_1 = 0.2Q$, $q_2 = 0.8Q$. Таким образом,

$$TC_1 = 100 + 2Q + 0.04Q^2; \qquad TC_2 = 200 + 8Q + 0.16Q^2$$

и $TC(Q) = 300 + 10Q + 0{,}2Q^2$.

в) Приравнивая друг другу предельные затраты заводов

$$10 + 2q_1 = 5 + 0.5q_2,$$

найдем распределение объема производства фирмы: $q_1 = 0.2Q - 2$, $q_2 = 0.8Q + 2$. Однако малый объем выпуска фирмы не может быть распределен между фирмами так, чтобы выполнялось равенство $MC_1(q_1) = MC_2(q_2)$: так как $MC_1 \geq 10$, а MC_2 может принимать меньшие значения, малые объемы ($Q \leq 10$) должны выпускаться только 2-м заводом. Итак,

$$q_1 = \begin{cases} 0, & Q \leq 10; \\ 0.2Q - 2, & Q > 10; \end{cases}$$

$$q_2 = \begin{cases} Q, & Q \leq 10; \\ 0.8Q + 2, & Q > 10. \end{cases}$$

Опуская промежуточные выкладки, приведем окончательный результат:

$$\mathrm{TC}(Q) = \begin{cases} 300 + 5Q + 0.25Q^2, & Q \le 10; \\ 295 + 6Q + 0.2Q^2, & Q > 10. \end{cases}$$

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ № 6

Прежде всего заметим, что все заводы имеют одинаковые затратные характеристики, так что объем производства фирмы будет распределен между заводами поровну, $q_i = Q/n$, $i = 1, \ldots, n$. При этом средние затраты каждого завода равны средним затратам фирмы в целом.

Вначале дадим грубую оценку рационального числа заводов, производящих в совокупности заданный объем Q. Так как любой объем должен производиться с наименьшими общими (и, что равносильно, средними) затратами, определим, при каком объеме производства завода средние затраты минимальны (*эффективный размер* завода, q^e). Минимум AC_i достигается при $q_i = 10$ и равен 30. Ясно, что если Q кратно 10, то число заводов должно равняться $Q/10$ и при этом окажется АС = 30. Если же Q не кратно 10, то число заводов должно быть близко к $Q/10$.

Теперь уточним выбор нужного числа заводов. При малых объемах, очевидно, достаточно одного завода. При $Q > 10$ средние затраты возрастают с ростом объема, и при некотором значении Q целесообразно использовать два завода. Определим, при каком значении $Q = Q_{1,2}$ средние затраты при использовании одного завода равны средним затратам при использовании двух заводов:

$$\frac{100}{Q} + 10 + Q = \frac{2 \cdot 100}{Q} + 10 + \frac{Q}{2},$$

откуда $Q_{1,2} = \sqrt{200} \approx 14.14$. Таким образом, при $Q < Q_{1,2}$ продукция производится на одном заводе с меньшими затратами, чем на двух, а при $Q > Q_{1,2}$ соотношение становится противоположным. При этом $\mathrm{LAC}(Q_{1,2}) = 31.21$.

Аналогичным образом, переход от n заводов к $n+1$ совершается при значении $Q = Q_{n,\ n+1}$, удовлетворяющем равенству

$$\frac{n \cdot 100}{Q} + 10 + \frac{Q}{n} = \frac{(n+1) \cdot 100}{Q} + 10 + \frac{Q}{n+1},$$

откуда $Q_{n,\ n+1} = 10\sqrt{n(n+1)}$. Ровно n заводов оказываются эффективными при $10\sqrt{(n-1) \cdot n} \le Q \le 10\sqrt{n \cdot (n+1)}$. Итак, мы получили выражение для функции средних затрат:

$$\mathrm{LAC}(Q) = \frac{n \cdot 100}{Q} + 10 + \frac{Q}{n} \quad \text{при}$$
$$10\sqrt{(n-1) \cdot n} \le Q \le 10\sqrt{n \cdot (n+1)}.$$

Комментарий. Как отмечалось, при Q, кратном 10, средние затраты принимают минимальное значение LAC = 30. При объемах, равных $Q_{n,\ n+1}$, средние затраты имеют локальные максимумы, равные

$$\mathrm{AC}(Q_{n,\ n+1}) = 10 \cdot \left(\sqrt{\frac{n}{n+1}} + 1 + \sqrt{\frac{n+1}{n}}\right).$$

В таблице приведены значения $Q_{n,\ n+1}$ и соответствующие значения средних затрат. Из таблицы видно, что локальные максимумы средних затрат мало отличаются от минимума, равного 30, и тем меньше, чем больше n. Иными словами, при $Q > q^e$ средние затраты мало отклоняются от константы, равной минимальному значению.

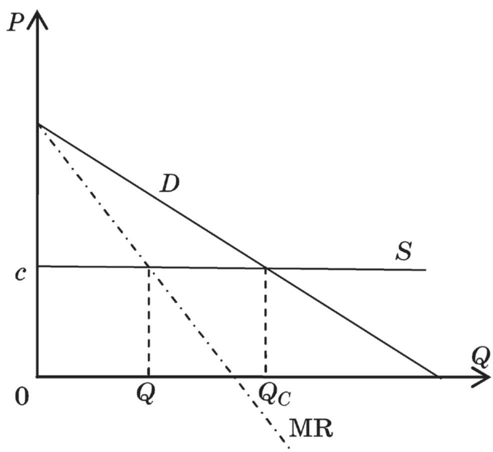
n	$Q_{n,\ n+1}$	$\mathrm{AC}(Q_{n,\ n+1})$
1	14.14	31.21
2	24.49	30.41
3	34.64	30.21
4	44.72	30.12
5	54.77	30.08

Пренебрегая этими отклонениями, говорят, что функция средних затрат многозаводской фирмы имеет L-образную форму — падающий участок при $Q < q^e$ и постоянный участок при $Q \ge q^e$; величину q^e при этом называют *минимальным эффек-*

тивным размером фирмы. Если размер фирмы больше минимального эффективного, то $\mathrm{LAC}(Q) = c = \mathrm{const}$. Отсюда следует, что при этом $\mathrm{LTC}(Q) = cQ$ и, следовательно, $\mathrm{LMC}(Q) = c = \mathrm{const}$. Допущение о постоянстве средних (и предельных) затрат часто используется в моделях монополии и олигополии.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ № 7

Комментарий к предыдущей задаче позволяет считать функцию предельных затрат монополиста постоянной, $\mathrm{LMC}(Q) = c$, равной минимуму средних затрат завода. Функция спроса линейна; положим $P^D(Q) = a - bQ$, так что предельная выручка $\mathrm{MR} = a - 2bQ$. Из равенства $\mathrm{MR} = \mathrm{LMC}$ следует, что для монополии $Q_M = \dfrac{a-c}{2b}$.



Заводы, действующие как самостоятельные фирмы, в конкурентном равновесии длительного периода имели бы эффективный размер, так что средние (и предельные) затраты каждого из них равнялись бы c. Функция рыночного предложения характеризовалась бы постоянной ценой, $P^S(Q) = c$. При данном спросе объем конкурентного равновесия равен $Q_C = \dfrac{a-c}{b}$. Таким образом, заводы, действующие самостоятельно и конкурирующие друг с другом, производили бы вдвое больший объем продукта, чем монополия. А так как в обоих случаях заводы имеют эффективный размер, число их также должно быть вдвое больше, чем в составе монополии, и равно 200.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ № 8

Обратная функция спроса:

$$P^D(Q) = 1 + (1 - Q)^3.$$

Отсюда

$$\mathrm{MR}(Q) = 1 + (1 - Q)^2 \cdot (1 - 4Q).$$

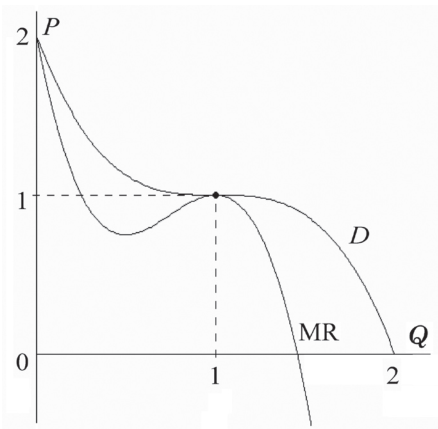


График функции предельной выручки представлен на рисунке.

Решение этой задачи показывает, что, несмотря на то что функция спроса — монотонно убывающая (кривая D), предельная выручка может иметь другой характер. В данном случае она имеет локальный минимум при $Q = 0.5$, возрастающий участок $0.5 \le Q \le 1$, локальный максимум при $Q =$ $= 1$ и затем убывает при $Q > 1$.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ № 9

Максимум прибыли фирмы достигается при равенстве предельной выручки на каждом из рынков и предельных затрат фирмы. В условиях совершенной конкуренции предельная выручка совпадает с ценой. Поэтому $MC(Q) = P_W$, т. е. $10 + 0.5Q = 30$, откуда объем производства фирмы $Q = 40$. Условие $MC(Q) = MR_I(Q_I)$ дает равенство $30 = 60 - 2Q_I$, откуда объем продаж на внутреннем рынке $Q_I = 15$. Так как $Q = Q_I + Q_W$, объем продаж на мировом рынке $Q_W = 40 - 15 = 25$. Цена на внутреннем рынке $P_I = 60 - 15 = 45$.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ № 10

Распределение объема производства между заводами должно удовлетворять условию

$$MC_1(q_1) = MC_2(q_2) = \ldots = MC_m(q_m) = MC(Q),$$

где Q — объем выпуска фирмы, $MC(Q)$ — ее предельные затраты. Распределение объема продаж между сегментами рынка

$$MR_1(Q_1) = MR_2(Q_2) = \ldots = MR_n(Q_n) = MR(Q),$$

где $MR(Q)$ — предельная выручка фирмы. Условие $MR(Q) = MC(Q)$ завершает доказательство.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ № 11

а) Верхний предел цены на первом сегменте равен 20, на втором — 10.

(i) При продаже продукта по единой цене функция спроса для рынка представляет собой сумму соответствующих функций на сегментах:

$$Q^D(P) = \begin{cases} 250 - 20P, & P \le 10; \\ 100 - 5P, & 10 < P \le 20. \end{cases}$$

Функция спроса имеет излом при $P = 10$, $Q = 50$. Обратная функция спроса:

$$P^D(Q) = \begin{cases} 20 - 0.2Q, & Q < 50; \\ 12.5 - 0.05Q, & 50 \le Q \le 250. \end{cases}$$

Общая выручка:

$$\mathrm{TR}(Q) = Q \cdot P^D(Q) = \begin{cases} 20Q - 0.2Q^2, & Q < 50; \\ 12.5Q - 0.05Q^2, & 50 \le Q \le 250. \end{cases}$$

Предельная выручка:

$$\mathrm{MR}(Q) = \begin{cases} 20 - 0.4Q, & Q < 50; \\ 12.5 - 0.1Q, & 50 < Q \le 250. \end{cases}$$

Излом функции спроса порождает скачок функции предельной выручки при $Q = 50$. Эта функция убывает на каждом из участков, слева (при $Q < 50$) и справа (при $Q > 50$); при $Q \to 50$ предел слева равен 0, предел справа равен 7.5.

(ii) Для анализа ситуации, связанной с ценовой дискриминацией, потребуются функции предельной выручки на каждом сегменте. Обратные функции спроса на сегментах:

$$P_1^D(Q) = 20 - 0.2Q; \qquad P_2^D(Q) = 10 - 0.0667Q.$$

Функции предельной выручки:

$$\mathrm{MR}_1(Q) = 20 - 0.4Q; \qquad \mathrm{MR}_2(Q) = 10 - 0.1333Q.$$

Чтобы выполнить «горизонтальное суммирование» функций предельной выручки, нужно найти обратные функции:

$$\left.\begin{aligned} Q_1(\mathrm{MR}) &= 50 - 2.5\mathrm{MR}, & \mathrm{MR} \le 20; \\ Q_2(\mathrm{MR}) &= 75 - 7.5\mathrm{MR}, & \mathrm{MR} \le 70. \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

Их сумма:

$$Q(\mathrm{MR}) = \begin{cases} 125 - 10\mathrm{MR}, & \mathrm{MR} \le 10; \\ 50 - 2.5\mathrm{MR}, & \mathrm{MR} > 10. \end{cases}$$

Обратная функция представляет собой предельную выручку дискриминирующей фирмы:

$$\mathrm{MR}(Q) = \begin{cases} 20 - 0.4Q, & Q < 25; \\ 12.5 - 0.1Q, & Q \ge 25. \end{cases} \tag{2}$$

Отметим, что у дискриминирующей фирмы предельная выручка — непрерывная монотонно убывающая функция.

Для нахождения общей выручки требуется проинтегрировать предельную выручку в пределах от 0 до Q; интегрирование нужно выполнить раздельно по участкам. При $Q \le 25$:

$$\mathrm{TR}(Q) = \int_0^Q (20 - 0.4q)dq = 20Q - 0.2Q^2.$$

Отметим, что TR(25) = 375. При $Q > 25$:

$$\mathrm{TR}(Q) = \mathrm{TR}(25) + \int_{25}^{Q} (12.5 - 0.1q)dq =$$

$$= 375 + 12.5(Q - 25) - 0.05(Q^2 - 25^2) =$$

$$= 93.75 + 12.5Q - 0.05Q^2.$$

Итак,

$$\mathrm{TR}(Q) = \begin{cases} 20Q - 0.2Q^2, & Q \le 25; \\ 93.75 + 12.5Q - 0.05Q^2, & Q > 25. \end{cases}$$

б) (i) При продаже товара по единой цене оптимум монополии достигается при объеме продаж, удовлетворяющем условию MR(Q) = MC(Q). В рассматриваемом случае это условие выполняется при двух значениях Q, слева и справа от точки разрыва функции MR(Q):

$$20 - 0.4Q = 4 \quad \Rightarrow \quad Q = 40 < 50;$$

$$12.5 - 0.1Q = 4 \quad \Rightarrow \quad Q = 85 > 50.$$

Оптимум фирмы определим путем сопоставления величины прибыли в обоих локальных максимумах, при $Q = 40$ и при $Q = 85$.

При $Q = 40$ цена спроса $P = 20 - 0.2 \cdot 40 = 12$, выручка TR = 12 · 40 = 480, затраты TC = 4 · 40 = 160, прибыль П = = 480 − 160 = 320.

При $Q = 85$ соответствующие величины составляют $P = 12.5 - 0{,}05 \cdot 85 = 8.25$, TR = 8.25 · 85 = 701.25, TC = = 4 · 85 = 340, П = 701.25 − 340 = 361.25. Таким образом, монополист предпочитает второй вариант ($Q = 85$), дающий бóльшую прибыль.

(ii) При ценовой дискриминации равенство $\mathrm{MR}_i(Q_i) =$ $= \mathrm{MC}(Q)$ должно выполняться на каждом сегменте. В общем случае следовало бы решить уравнение

$$\mathrm{MR}(Q) = \mathrm{MC}(Q),$$

где функция MR(Q) определяется уравнением (2), и найденное при решении значение MR подставить в уравнения (1) для нахождения распределения общего объема продаж по сегментам. Но условие $MC(Q) = 4 = \text{const}$ упрощает задачу: объемы Q_1 и Q_2 могут быть определены из условий $MR_1(Q_1) = MC$ и $MR_2(Q_2) = MC$, т. е.

$$20 - 0.4Q_1 = 4; \qquad 10 - 0.1333Q_2 = 4,$$

откуда $Q_1 = 40$, $Q_2 = 45$. При этих объемах цены спроса составляют

$$P_1 = 20 - 0.2 \cdot 40 = 12, \quad P_2 = 10 - 0.0667 \cdot 45 = 7,$$

так что выручка равна $TR = 12 \cdot 40 + 7 \cdot 45 = 795$. Поскольку суммарный объем продаж на обоих сегментах оказался таким же, как при единой цене, величина общих затрат принимает уже найденное значение $TC = 340$. Отсюда прибыль при ценовой дискриминации $\Pi = 795 - 340 = 455$.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ № 12

Обозначим $A = N/10\,000$, так что функция спроса будет представлена равенством $Q^D(P) = A \cdot (80 - P)$, а обратная функция спроса — равенством $P^D(Q) = 80 - Q/A$.

Средние и предельные затраты фирмы даются выражениями

$$AC = \frac{100}{q} + 20 + q; \qquad MC = 20 + 2q.$$

1) Если на рынке действует единственная фирма, то объем ее продаж q совпадает с рыночным объемом покупок Q, так что здесь $q = Q$. Фирма может безубыточно действовать, если максимально возможная для нее прибыль неотрицательна. Максимум прибыли достигается при условии $MR = MC$. Так как $MR = 80 - 2q/A$, приравнивая это выражение предельным затратам, $80 - 2q/A = 20 + 2q$, найдем, что $q = \dfrac{30A}{1 + A}$.

Условие безубыточности сводится к тому, что общая выручка не меньше общих затрат, $TR \geq TC$. Используя найденное выражение для q, получаем:

$$\text{TR} = P_q = \left(80 - \frac{30}{1+A}\right) \cdot \frac{30A}{1+A};\ \text{TC} = 100 + 20 \cdot \frac{30A}{1+A} + \left(\frac{30A}{1+A}\right)^2.$$

Теперь условие безубыточности принимает вид неравенства относительно A. Его решение дает $A \geq 0.125$, так что $N \geq 10\ 000 \cdot A = 1250$. Итак, фирма может безубыточно функционировать на данном рынке, если число покупателей не менее 1250.

2) Единственная фирма на данном рынке будет естественной монополией, если производство требуемого объема продукта одной фирмой сопряжено с меньшими затратами, чем его производство двумя или бульшим числом фирм. Прежде всего выясним, какой объем производства может быть с меньшими затратами произведен одной фирмой. Для этого сравним средние затраты на производство заданного объема Q одной фирмой и двумя фирмами. При этом будем считать, что ресурсы могут свободно перемещаться и, следовательно, обе фирмы будут обладать одинаковыми затратными характеристиками.

Если рыночной объем Q производится одной фирмой, то объем ее выпуска $q = Q$; если фирм две, то объем выпуска каждой из них $q = Q/2$. Объем, при котором производство одной и двумя фирмами требует одинаковых затрат, определяется равенством $\text{TC}(Q) = 2\text{TC}(Q/2)$, или, что равносильно, $\text{AC}(Q) = \text{AC}(Q/2)$:

$$\frac{100}{Q} + 20 + Q = \frac{200}{Q} + 20 + \frac{Q}{2},$$

откуда $Q = \sqrt{200} \approx 14.14$.

Если цена спроса, соответствующая этому объему, превосходит или равна средним затратам, то две фирмы могут безубыточно производить и продавать товар не дороже, чем единственная фирма. Если же цена спроса менее средних затрат, то единственная фирма окажется естественной монополией. Средние затраты при $Q = 14.14$ равны 41.21, так что фирма будет естественной монополией при условии

$$P^D(14.14) = 80 - 14.14/A < 41.21,$$

откуда $A < 0.3646$ и $N < 10\,000A = 3646$.

Замечание 1. При ответе на первый вопрос мы выяснили, что фирма может безубыточно действовать на данном рынке при $N \geq 1250$. Таким образом, безубыточная фирма окажется естественной монополией при $1250 \leq N < 3646$. Если продукт, производимый фирмой, признается социально значимым, то благодаря государственным дотациям фирма сможет функционировать и при $N < 1250$.

3) При установлении регулирующим органом цены на уровне предельных затрат, что исключало бы общественные потери монополизации рынка, фирма может безубыточно действовать на рынке при условии $\mathrm{MC}(q) \geq \mathrm{AC}(q)$, или

$$20 + 2q \geq \frac{100}{q} + 20 + q,$$

откуда $q \geq 10$. При этом объеме ($Q = q$) цена спроса должна быть не менее средних затрат: $P^D(10) \geq \mathrm{AC}(10)$, т. е. $80 - 10/A \geq 40$. Отсюда $A \geq 0.25$ и $N \geq 2500$.

Замечание 2. Мы выяснили, что при числе покупателей в пределах $2500 \leq N < 3646$ единственная фирма может удовлетворить спрос с меньшими затратами, чем две (или более) фирмы, и при этом она может безубыточно продавать свой продукт по цене, равной предельным затратам. Фирмы, действующие в этих условиях, называют *слабыми* естественными монополиями.

Итак, в зависимости от числа покупателей фирма может оказаться в следующих положениях:

при $N < 1250$ фирма может безубыточно функционировать только при условии получения дотации;

при $1250 \leq N < 2500$ фирма представляет собой обычную естественную монополию, которая может безубыточно функционировать при установлении цены не ниже средних затрат;

при $2500 \leq N < 3646$ фирма представляет собой слабую естественную монополию, и ее цена может быть установлена на уровне предельных затрат;

наконец, при $N \geq 3646$ фирма не является естественной монополией.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ № 13

а) Прибыли фирм равны

$$\pi_1 = (100 - 3q_1 - 3q_2) \cdot q_1 - TC_1(q_1);$$
$$\pi_2 = (100 - 3q_1 - 3q_2) \cdot q_2 - TC_2(q_2).$$

Условие максимума прибыли каждой фирмы при заданном выпуске конкурента:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = (100 - 6q_1 - 3q_2) - (10 + 2q_1) = 0;$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = (100 - 3q_1 - 6q_2) - (20 + q_2) = 0.$$

t	$q_1(t)$	$q_2(t)$	$Q(t)$	$P(t)$
0	5.00	20.00	25.00	25.00
1	7.50	13.00	20.50	38.50
2	12.75	11.50	24.25	27.25
3	13.88	8.35	22.23	33.33
4	16.24	7.68	23.91	28.26
5	16.74	6.26	23.00	31.00
6	17.81	5.95	23.76	28.72
7	18.03	5.32	23.35	29.95
8	18.51	5.18	23.69	28.92
9	18.62	4.89	23.51	29.48
10	18.83	4.83	23.66	29.02
11	18.88	4.70	23.58	29.26
12	18.97	4.67	23.65	29.06
13	18.99	4.62	23.61	29.17
14	19.04	4.60	23.64	29.08
15	19.05	4.58	23.62	29.13
16	19.07	4.57	23.64	29.08
17	19.07	4.56	23.63	29.11
18	19.08	4.56	23.64	29.09
19	19.08	4.55	23.63	29.10
20	19.09	4.55	23.64	29.09

Решая первое уравнение относительно q_1, второе — относительно q_2, найдем функции реагирования фирм:

$$q_1 = 22.5 - 0.75q_2 = R_1(q_2); \qquad q_2 = 16 - 0.6q_1 = R_2(q_1).$$

б) Из системы $q_1 = R_1(q_2)$; $q_2 = R_2(q_1)$ находим: $q_1 = 19.09$; $q_2 = 4.55$; далее, $Q = q_1 + q_2 = 23.64$ и $P = 100 - 3 \cdot 23.64 = 29.09$.

в) Обозначим $q_1(t)$, $q_2(t)$ объемы выпуска фирм в t-м периоде.

Поскольку каждая из фирм ориентируется на известный ей выпуск конкурента в предшествующем периоде,

$$q_1(t) = R_1(q_2(t - 1)); \qquad q_2(t) = R_2(q_1(t - 1)).$$

Пусть, например, начальные объемы выпуска равны $q_1(0) = 5$, $q_2(0) = 10$. В приведенной выше таблице представлены результаты расчета для 20 периодов.

Комментарий. Следуя рассуждениям А. О. Курно, процесс движения рынка к равновесию часто описывают как последовательность поочередного принятия решений фирмами: вначале первая фирма является монополистом, затем появляется вторая фирма и принимает решение исходя из заданного объема предложения первой фирмы; после этого первая фирма корректируют свое решение, после нее — вторая и т. д. В данной задаче обе фирмы принимают решения одновременно по истечении периода, необходимого для оценки выпуска конкурента и изменения собственного выпуска. Обе схемы в значительной степени условны; их назначение — проиллюстрировать устойчивость равновесия в дуополии Курно. Объемы выпуска фирм при любых начальных значениях с течением времени стремятся к равновесным.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ №14

Рассмотрим равновесие Курно–Нэша олигополии, состоящей из n фирм, причем для каждой фирмы предельные затраты не зависят от объема производства, $\mathrm{MC}_i(q_i) = c_i = \mathrm{const}$, а спрос описывается линейной функцией $P^D(Q) = a - bQ$. Прибыль каждой фирмы описывается равенством

$$\pi_i = q_i P^D(Q) - \mathrm{TC}_i(q_i) = q_i P^D(q_i + Q_{-i}) - \mathrm{TC}_i(q_i),$$

где Q_{-i} — суммарный выпуск всех фирм, кроме i-й. Прибыль i-й фирмы при заданных объемах выпуска других фирм достигает максимума, если выполнено условие

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = P^D(Q) + q_i \frac{dP^D}{dQ} - \mathrm{MC}_i(q_i) = 0, \qquad i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n.$$

Принятые допущения относительно функций затрат и спроса позволяют представить условие равновесия в виде:

$$a - bQ - bq_i - c_i = 0, \qquad i = 1,\ 2, \ldots,\ n. \tag{1}$$

Суммируя уравнения, получаем равенство

$$na - C - (n + 1)bQ = 0,$$

где обозначено $C = \sum_{i=1}^{n} c_i$. Последнее равенство приводит к явному выражению рыночного объема:

$$Q = \frac{na - C}{(n+1)b}.$$

Подстановка этого результата в функцию спроса дает выражение для равновесной цены:

$$P = \frac{a + C}{n + 1}.$$

Возвращаясь к равенствам (1) и учитывая, что $a - bQ = P$, получаем выражения для объемов всех фирм:

$$q_i = \frac{P - c_i}{b}.$$

а) Используя приведенные выше выражения, находим:

$$C = 10 + 20 + 30 = 60, \quad P = (100 + 60)/4 = 40;$$

$$q_1 = \frac{40 - 10}{0.5} = 60, \qquad q_2 = \frac{40 - 20}{0.5} = 40, \qquad q_3 = \frac{40 - 30}{0.5} = 20;$$

$$Q = 120.$$

б) Воспользовавшись тем же методом, получаем $P = 27$; $q_1 = 34$, $q_2 = 14$, $q_3 = -6 < 0$. Но отрицательные значения объема выпуска невозможны; равенства вида (1), выведенные из условия равенства нулю соответствующих частных производных, являются необходимыми условиями *внутреннего* оптимума. В данной ситуации внутренний оптимум для третьей фирмы отсутствует: уменьшенный спрос (по сравнению с рассмотренным в предыдущем пункте) делает эту фирму неконкурентоспособной на рынке, где ее соперники имеют значительные затратные преимущества. Наиболее выгодным для нее решением является $q_3 = 0$. При этом равенства (1) и последующие выполняются только для первой и второй фирм, так что $n = 2$, $C = 10 + 20 = 30$, $P = (48 + 30)/3 = 26$; $q_1 = 32$, $q_2 = 12$; $Q = 44$.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ №15

Здесь уместно воспользоваться свойством равновесия Курно, связывающим равновесную цену, предельные затраты каждой фирмы, ее долю в общем объеме продаж (s_i) и эластичность спроса:

$$P \cdot \left(1 - \frac{s_i}{\eta}\right) = \mathrm{MC}_i\,, \qquad i = 1,\, 2,\, \ldots,\, n.$$

Просуммировав эти равенства, найдем, что

$$P \cdot \left(n - \frac{1}{\eta}\right) = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{MC}_i.$$

Поскольку и цена, и средние затраты — положительные величины, выражение в скобках может принимать только положительные значения, откуда следует, что $\eta > 1/n$ (если допустить возможность $\mathrm{MC} = 0$, неравенство окажется нестрогим: $\eta \geq 1/n$). В частности, для дуополии $\eta \geq 1/2$. Приведенные соотношения справедливы и для монополии, если положить $n = 1$. В этом случае $\eta \geq 1$.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ № 16

а) Воспользуемся свойством равновесия Курно, рассмотренным в предыдущей задаче:

$$P \cdot \left(1 - \frac{s_i}{\eta}\right) = \mathrm{MC}_i.$$

По условиям данной задачи спрос имеет постоянную эластичность $\eta = 2$, каждая из фирм — постоянные предельные затраты c_i, так что в равновесии имеет место система равенств

$$P\cdot(1-s_1/2)=18;\quad P\cdot(1-s_2/2)=20;\quad P\cdot(1-s_3/2)=22. \qquad (1)$$

Суммируя равенства и учитывая, что $s_1 + s_2 + s_3 = 1$, получим:

$$P\cdot(3-1/2)=60.$$

Отсюда $P = 24$, и из равенств (1) находятся рыночные доли:

$s_1 = 0.5$; $s_2 = 0.333$; $s_3 = 0.167$.

Из уравнения спроса находим равновесный рыночный объем $Q = 10\ 000/24^2 = 17.36$ и объемы выпуска каждой фирмы: $q_1 = 8.68$, $q_2 = 5.79$, $q_3 = 2.89$.

Комментарий. Способ, использованный в приведенном решении, естественным образом обобщается на случай произвольного числа фирм. Суммируя равенства

$$P\cdot(1-s_i/\eta)=c_i, \qquad i=1,\ ...,\ n,$$

приходим к соотношению $P\cdot(n-1/\eta)=\sum_{i=1}^{n} c_i = C$, откуда

$$P=\frac{C}{n-1/\eta},$$

после чего рыночные доли находятся следующим образом:

$$s_i=\eta-\frac{c_i}{C}\cdot(\eta n-1), \qquad i=1,\ ...,\ n.$$

Заметим, что в рассматриваемом случае, как и при линейной функции спроса, характеристики рынка в состоянии равновесия определяются параметром C — суммой предельных затрат фирм.

б) Расчет, аналогичный приведенному в пункте а), приводит к значениям $s_1 = 0.75$; $s_2 = 0.333$; $s_3 = -0.083$. Поскольку рыночная доля не может быть отрицательной, здесь имеет место та же ситуация, что и в задаче 14: третья фирма не в состоянии конкурировать с первой и второй. Для двух фирм, действующих на рынке:

$C = 35$, $P = 35/(2-1/2) = 23.33$, $s_1 = 0.714$, $s_2 = 0.286$.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ № 17

а) В данном случае имеет место монополия с предельной выручкой $\mathrm{MR} = 100 - 0.2q = 40$, откуда $q = Q = 300$ и $P = 70$.

б) Найдем функции реагирования фирм (ср. решение задачи № 13):

$$q_1 = R_1(q_2) = (100 - 40)/0.2 - q_2/2 = 300 - q_2/2;$$
$$q_2 = R_2(q_1) = 300 - q_1/2.$$

Обоим равенствам отвечают значения $q_1 = q_2 = 200$, так что $Q = 400$ и $P = 60$.

в) Если вторая фирма является последователем, то ее функция реагирования ничем не отличается от найденной в п. б):

$$q_2 = R_2(q_1) = 300 - q_1/2.$$

Первая фирма, лидер, максимизируя свою прибыль, учитывает реакцию второй фирмы на ее решения, так что решаемая ею задача имеет структуру:

$$P^D(q_1 + R_2(q_1)) \to \max,$$

т. е.

$$[100 - 0.1(q_1 + 300 - q_1/2)] \cdot q_1 - (\mathrm{FC} + 40q_1) =$$
$$= 30q_1 - 0.05q_1^2 \to \max.$$

Решением является $q_1 = 300$. Подставляя этот результат в функцию реагирования второй фирмы, получим $q_2 = 150$. Рыночный объем продаж $Q = q_1 + q_2 = 450$, цена $P = 55$.

г) Начнем с анализа поведения последователей. Вторая фирма учитывает выпуски первой и третьей, и по аналогии с ситуацией предыдущего пункта ее функцию реагирования можно представить в виде

$$q_2 = R_2(q_1, q_3) = 300 - q_1/2 - q_3/2.$$

Подобный вид имеет функция реагирования третьей фирмы:

$$q_3 = R_3(q_1, q_2) = 300 - q_1/2 - q_2/2.$$

Но для второй и третьей фирм, рассматриваемых в совокупности, величина q_1 является экзогенной, в то время как q_2 и q_3 должны устанавливаться в процессе их конкурентного взаимодействия. При заданном значении q_1 равновесные значения q_2 и q_3 определяются системой уравнений:

$$\begin{cases} q_2 = 300 - q_1/2 - q_3/2; \\ q_3 = 300 - q_1/2 - q_2/2 \end{cases}$$

и равны

$$q_2 = 200 - q_1/3; \qquad q_3 = 200 - q_1/3.$$

Первая фирма при принятии своих решений учитывает реакцию обоих последователей; их совместная функция реагирования $R_{2.3}(q_1) = 400 - \frac{2}{3}q_1$. Поэтому критерий выбора лидера имеет вид

$$[100 - 0.1(q_1 + 400 - \tfrac{2}{3}q_1)] \cdot q_1 - (\mathrm{FC} + 40q_1) \to \max.$$

Максимум прибыли достигается при $q_1 = 300$. Подставляя найденное значение для равновесных выпусков последователей, находим: $q_2 = q_3 = 100$. Рыночный объем продаж $Q = q_1 + q_2 + q_3 = 500$, цена $P = 50$.

д) Третья фирма находится на низшей ступени иерархии «лидеры — последователи», и ее функция реагирования не отличается от рассмотренной в предыдущем пункте:

$$q_3 = R_3(q_1, q_2) = 300 - q_1/2 - q_2/2.$$

Вторая фирма при принятии своих решений учитывает реакцию третьей фирмы, и ее критерий имеет вид

$$[100 - 0.1(q_1 + q_2 + 300 - q_1/2 - q_2/2)] \cdot q_2 - (\mathrm{FC} + 40q_2) \to \max.$$

Максимум достигается при

$$q_2 = 300 - q_1/2.$$

Подстановка этого результата в функцию реагирования третьей фирмы ставит ее выпуск в опосредованную зависимость от решений «абсолютного лидера» — первой фирмы:

$$q_3 = 150 - q_1/4.$$

Совместный выпуск обоих последователей первой фирмы равен

$$q_2 + q_3 = 450 - \tfrac{3}{4}q_1,$$

и ее критерий выбора принимает вид:

$$[100 - 0.1(q_1 + 450 - \tfrac{3}{4}q_1)] \cdot q_1 - (\mathrm{FC} + 40q_1) \to \max.$$

Максимум достигается при $q_1 = 300$. Подстановка найденного значения в функции реагирования второй и третьей фирм дает: $q_2 = 150$, $q_3 = 75$. Теперь суммарный выпуск составляет $Q = q_1 + q_2 + q_3 = 525$, цена $P = 47.5$.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ № 18

Если бы среди участников рынка не было доминирующей фирмы, на рынке установилось бы конкурентное равновесие при цене $P_E = 660$. Это максимальная цена остаточного спроса на продукцию доминирующей фирмы. Обратная функция предложения конкурентного окружения $P^S = 500 + 0.4Q$ показывает минимальную цену предложения $P_0 = 500$. В диапазоне цен от P_0 до P_E функция остаточного спроса представляет собой разность между функциями рыночного спроса и конкурентного предложения, а при ценах ниже P_0 совпадает с функцией рыночного спроса:

$$Q^{RD}(P) = \begin{cases} 8250 - 12.5P, & 500 \le P \le 660; \\ 700 - 10P, & P < 500. \end{cases}$$

Обратная функция остаточного спроса также имеет два различных участка, разделяемых значением $Q_0 = Q^D(P_0) = 2000$:

$$P^{RD}(Q) = \begin{cases} 660 - 0.08Q, & Q \le 2000; \\ 700 - 0.1Q, & Q > 2000. \end{cases}$$

Предельная выручка:

$$\text{MC}(Q) = \begin{cases} 660 - 0.16Q, & Q < 2000; \\ 700 - 0.2Q, & Q > 2000. \end{cases}$$

$$\text{MC}(2000_{-0}) = 340, \qquad \text{MC}(2000_{+0}) = 300.$$

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ № 19

Обратная функция спроса на продукт фирмы $P^D(q) = 46 - 0.5q$, предельная выручка $\text{TR} = 46 - q$. Приравнивая ее предельным затратам $\text{MC} = 10 + 2q$, найдем, что $q = 12$, по условиям спроса $P = 40$.

Общая выручка фирмы $\text{TR} = P \cdot q = 480$, общие затраты $\text{TC} = 100 + 10 \cdot 12 + 12^2 = 364$, так что прибыль фирмы составляет $\Pi = 480 - 364 = 116$.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ № 20

Пусть на рынке действуют n фирм. В равновесии рыночный объем продаж равен суммарному выпуску всех фирм:

$Q = nq$, где q — объем выпуска одной фирмы. Поэтому обратную функцию спроса можно представить в виде

$$P^D(q) = 46 - 0.01nq.$$

Каждая фирма максимизирует свою прибыль, так что для нее выполняется равенство MR = MC, или

$$46 - 0.02nq = 10 + 2q. \qquad (1)$$

Но экономическая прибыль каждой фирмы в длительном периоде равна нулю, так что цена совпадает с ее средними затратами:

$$46 - 0.01nq = \frac{100}{q} + 10 + q. \qquad (2)$$

Совместное решение уравнений (1) и (2) дает $36 = 200/q$, или $q = 100/18 = 5.556$; $n = 224$.

Равновесная цена и равные ей средние затраты составляют

$$46 - 0.01 \cdot 224 \cdot 5.556 = 33.556.$$

Минимум средних затрат достигается при $q = 10$ и равен 30.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ № 21

В условиях монополистической конкуренции в длительном периоде прибыль фирмы равна нулю; эта прибыль достигается при выборе объема производства, доставляющего максимум прибыли. Это означает, что при равновесном объеме выпуска средние затраты фирмы равны цене спроса на ее продукт, а при любом другом объеме фирма была бы убыточной из-за того, что цена спроса была бы меньше средних затрат. Таким образом, в точке равновесия длительного периода кривая спроса на продукт фирмы касается кривой средних затрат (см. рисунок).

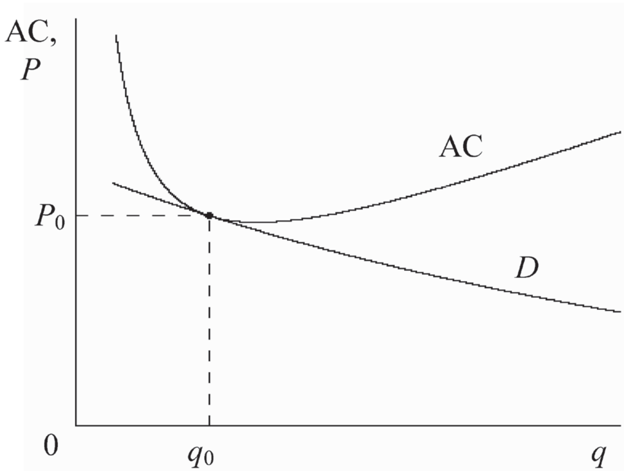
Заметим, что в точке касания графиков двух функций совпадают значения аргумента, функции и производных обеих функций. А это означает, что в этой точке совпадают значения эластичности функций. Функция спроса — убывающая, под эластичностью спроса понимается абсолютная величина отрицательной эластичности объема спроса по цене. Эластичность цены спроса по объему — обратная величина, так что в нашем случае $\mathbf{E}_q[P^D] = -0.2$. Этой же величине равна эластичность средних затрат. Средние затраты представляют собой функцию

$$\mathrm{AC}(q) = \frac{100}{q} + 10 + q,$$

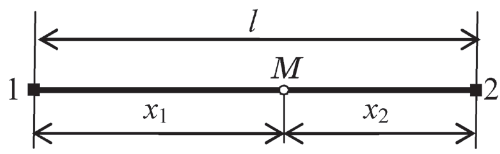
ее эластичность

$$\mathbf{E}_q[\mathrm{AC}] = \left(-\frac{100}{q^2} + 1\right) \cdot \frac{q}{\dfrac{100}{q} + 10 + q} = -0.2.$$

Решая получившееся уравнение, находим равновесное значение $q_0 = 7.374$. Цена равновесия $P_0 = \mathrm{AC}(7.374) = 30.935$.



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ № 22



Обозначим p_1 и p_2 цены, назначаемые фирмами. Точка M на рисунке — точка безразличия: с учетом разницы в ценах продажи и затрат на транспортировку жителю этой точки покупки в обеих фирмах равновыгодны, так что выполняется равенство

$$p_1 + tx_1 = p_2 + tx_2.$$

Вместе с равенством $x_1 + x_2 = l$ это позволяет выразить x_1 и x_2 через цены и транспортные затраты:

$$x_1 = \frac{l}{2} + \frac{p_2 - p_1}{2t}; \quad x_2 = \frac{l}{2} + \frac{p_1 - p_2}{2t}. \qquad (1)$$

По условиям спроса $q_1 = x_1$ и $q_2 = x_2$. Таким образом, прибыли фирм равны

$$\pi_1 = (p_1 - c_1)\cdot\left(\frac{l}{2} + \frac{p_2 - p_1}{2t}\right); \ \pi_2 = (p_1 - c_1)\cdot\left(\frac{l}{2} + \frac{p_1 - p_2}{2t}\right),$$

где c_1 и c_2 — предельные затраты фирм (по условиям задачи — постоянные величины). Максимизация прибыли каждой фирмы по собственной цене приводит к системе уравнений

$$\frac{d\pi_1}{dp_1} = \frac{1}{2}\left(l + \frac{c_1 + p_2 - 2p_1}{t}\right) = 0; \ \frac{d\pi_2}{dp_2} = \frac{1}{2}\left(l + \frac{c_2 + p_1 - 2p_2}{t}\right) = 0,$$

из которой следуют функции реагирования фирм

$$p_1 = \frac{1}{2}\left(tl + c_1 + p_2\right); \qquad p_2 = \frac{1}{2}\left(tl + c_2 + p_1\right).$$

Рассматривая полученные равенства как систему уравнений, находим равновесные значения

$$p_1 = tl + \frac{2c_1 + c_2}{3}; \qquad p_2 = tl + \frac{c_1 + 2c_2}{3}. \qquad (2)$$

а) Из равенств (2) находим цены:

$$p_1 = 10\cdot 5 + \frac{2\cdot 30 + 60}{3} = 90; \ p_2 = 10\cdot 5 + \frac{30 + 2\cdot 60}{3} = 100.$$

С помощью равенств (1) находим объемы продаж:

$$q_1 = x_1 = 3; \qquad q_2 = x_2 = 2.$$

Прибыли фирм равны

$$\pi_1 = (90 - 30)\cdot 3 = 180; \quad \pi_2 = (100 - 60)\cdot 3 = 120.$$

Как видим, первая фирма, имеющая затратное преимущество, имеет бульшую зону своей торговли и бульшую прибыль, чем вторая.

б) Аналогичные расчеты при $t = 4$ приводят к результатам

$$p_1 = 60; \qquad p_2 = 70;$$
$$q_1 = 3.75; \qquad q_2 = 1.25;$$
$$\pi_1 = 112.5; \qquad \pi_2 = 12.5.$$

Уменьшение транспортных затрат, как видим, привело к уменьшению прибылей обеих фирм; при этом увеличилась зона первой фирмы и соответственно сократилась зона второй фирмы.

в) Расчеты при $t = 1$ приводят, в частности, к результату $q_2 = -2.5$, кажущемуся парадоксальным. Подобно тому что отмечалось в задачах 14 и 16, в данном случае затратное преимущество первой фирмы приводит к тому, что вторая фирма оказывается неконкурентоспособной.

Комментарии. 1. В случае в) мы можем лишь констатировать, что первая фирма окажется монополистом, но не можем определить ее равновесную цену: по предположению спрос абсолютно неэластичен ($\eta = 0$), но, с другой стороны, равновесии монополии возможно лишь при таких ценах, при которых спрос высокоэластичен ($\eta > 1$, см. задачу 15). Предположение об абсолютной неэластичности спроса не принципиально для модели Хотеллинга; оно нужно лишь для упрощения, делающего более наглядным эффект дифференциации.

2. Можно сформулировать условия, при которых обе фирмы могут действовать на рынке Хотеллинга. Они сводятся к тому, что цена каждой фирмы должна быть не меньше ее средних затрат. Обратимся к равенству (2) и рассмотрим это условие для первой фирмы: оно сводится к неравенству $p_1 - c_1 \geq 0$, или

$$tl + \frac{c_2 - c_1}{3} \geq 0 \qquad \Rightarrow \qquad c_1 - c_2 \geq 3tl.$$

Поскольку аналогичное условие должно выполняться и для второй фирмы, для безубыточной деятельности обеих фирм должно выполняться неравенство $|c_1 - c_2| \geq 3tl$.

3. При $t = 0$ (или при $l = 0$) дифференциация по существу исчезает и модель Хотеллинга с ценовой конкуренцией превращается в модель Бертрана. Для последней характерно, что из фирм, имеющих разные затратные характеристики, на рынке остается одна, имеющая затратные преимущества перед всеми остальными.